2000 普通高等学校春季招生考试 (京、皖文)

一、选择题

1. 复数 $z_1=3+\mathrm{i}$, $z_2=1-\mathrm{i}$, 则 $z=z_1\cdot z_2$ 在复平面内的对应点位于 ( )

(A) 第一象限　(B) 第二象限　(C) 第三象限　(D) 第四象限

2. 设全集 $I=\{a,\ b,\ c,\ d,\ e\}$, 集合 $M=\{a,\ c,\ d\}$, $N=\{b,\ d,\ e\}$, 那么 $\overline{M}\cap\overline{N}$ 是 ( )

(A) $\varnothing$　(B) $\{d\}$　(C) $\{a,\ c\}$　(D) $\{b,\ e\}$

3. 已知双曲线 $\dfrac{x^2}{b^2}-\dfrac{y^2}{a^2}=1$ 的两条渐近线互相垂直, 那么该双曲线的离心率是 ( )

(A) 2　(B) $\sqrt{3}$　(C) $\sqrt{2}$　(D) $\dfrac{3}{2}$

4. 下列方程关于 $x=y$ 对称的是

(A) $x^2-x+y^2=1$　(B) $x^2y+xy^2=1$

(C) $x-y=1$　(D) $x^2-y^2=1$

5. 一个圆锥的底面直径和高都同一个球的直径相等, 那么圆锥与球的体积之比是 ( )

(A) $1:3$　(B) $2:3$　(C) $1:2$　(D) $2:9$

6. 直线 $(\sqrt{3}-\sqrt{2})x+y=3$ 和直线 $x+(\sqrt{2}-\sqrt{3})y=2$ 的位置关系是 ( )

(A) 相交但不垂直 (B) 垂直　(C) 平行　(D) 重合

7. 函数 $y=\lg|x|$ ( )

(A) 是偶函数, 在区间 $(-\infty,0)$ 上单调递增

(B) 是偶函数, 在区间 $(-\infty,0)$ 上单调递减

(C) 是奇函数, 在区间 $(0,+\infty)$ 上单调递增

(D) 是奇函数, 在区间 $(0,+\infty)$ 上单调递减

8. 从单词"equation"选取 5 个不同的字母排成一排, 含有"qu"(其中"qu"相连且顺序不变) 的不同排列共有 ( )

(A) 120 个　(B) 480 个　(C) 720 个　(D) 840 个

9. 椭圆短轴长是 2, 长轴长是短轴的 2 倍, 则椭圆中心到其准线距离是 ( )

(A) $\dfrac{8}{5}\sqrt{5}$　(B) $\dfrac{4}{5}\sqrt{5}$　(C) $\dfrac{8}{3}\sqrt{3}$　(D) $\dfrac{4}{3}\sqrt{3}$

10. 函数 $y=\sin x+\cos x+2$ 的最小值是 ( )

(A) $2-\sqrt{2}$　(B) $2+\sqrt{2}$　(C) 0　(D) 1

11. 设复数 $z_1=-1-\mathrm{i}$ 在复平面上对应向量 $\overrightarrow{OZ_1}$, 将 $\overrightarrow{OZ_1}$ 按顺时针方向旋转 $\dfrac{5}{6}\pi$ 后得到向量 $\overrightarrow{OZ_2}$, 令 $\overrightarrow{OZ_2}$ 对应的复数为 z_2 的辐角主值为 θ, 则 $\tan\theta=$ ( )

(A) $2-\sqrt{3}$　(B) $-2+\sqrt{3}$　(C) $2+\sqrt{3}$　(D) $-2-\sqrt{3}$

12. 设 α,β 是一个钝角三角形的两个锐角, 下列四个不等式中不正确的是 ( )

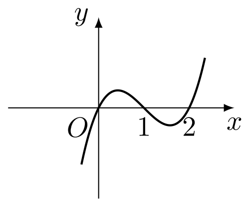
(A) $\tan\alpha\tan\beta<1$　(B) $\sin\alpha+\sin\beta<\sqrt{2}$

(C) $\cos\alpha+\cos\beta>1$　(D) $\dfrac{1}{2}\tan(\alpha+\beta)<\tan\dfrac{\alpha+\beta}{2}$

13. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1+a_2+a_3+\cdots+a_{101}=0$, 则有 ( )

(A) $a_1+a_{101}>0$ (B) $a_2+a_{100}<0$ (C) $a_3+a_{99}=0$ (D) $a_{51}=51$

14. 已知函数 $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ 的图象如图, 则 ( )



(A) $b\in(-\infty,0)$　(B) $b\in(0,1)$　(C) $b\in(1,2)$　(D) $b\in(2,+\infty)$

二、填空题

15. 函数 $y=\cos\left(\dfrac{2\pi}{3}x+\dfrac{\pi}{4}\right)$ 的最小正周期是______.

16. 已知一体积为 72 的正四面体, 连结两个面的重心 E、F, 则线段 EF 的长是______.

17. $\left(\sqrt{x}-\dfrac{1}{\sqrt[3]{x}}\right)^{10}$ 展开式中的常数项是______.

18. 在空间, 下列命题正确的是______. (注: 把你认为正确的命题的序号都填上)

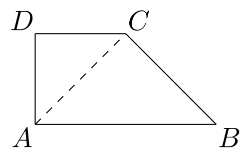
① 如果两直线 a、b 分别与直线 l 平行, 那么 $a\parallel b$;
② 如果直线 a 与平面 β 内的一条直线 b 平行, 那么 $a\parallel\beta$;
③ 如果直线 a 与平面 β 内的两条直线 b、c 都有垂直, 那么 $a\perp\beta$;
④ 如果平面 β 内的一条直线 a 垂直平面 γ, 那么 $\beta\perp\gamma$.

三、解答题

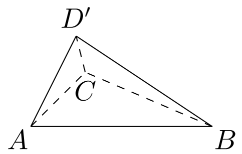
19. 已知二次函数 $f(x)=(\lg a)x^2+2x+4\lg a$ 的最大值为 3, 求 a 的值.

20. 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A、B、C 对边分别为 a、b、c , 证明: $\dfrac{a^2-b^2}{c^2}=\dfrac{\sin(A-B)}{\sin C}$.

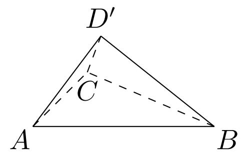
21. 在直角梯形 $ABCD$ 中, $\angle D=\angle BAD=90^\circ$, $AD=DC=\dfrac{1}{2}AB=a$ (如图一). 将 $\triangle ADC$ 沿 AC 折起, 使 D 到 D'. 记面 ACD' 为 α, 面 ABC 为 β, 面 BCD' 为 γ .
(1) 若二面角 $\alpha-AC-\beta$ 为直二面角 (如图二), 求二面角 $\beta-BC-\gamma$ 的大小;
(2) 若二面角 $\alpha-AC-\beta$ 为 60° (如图三), 求三棱锥 $D'-ABC$ 的体积.



图一



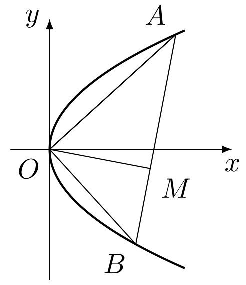
图二



图三

22. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的公差和等比数列 $\{b_n\}$ 的公比相等, 且都等于 d $(d>0,\ d\neq 1)$, 若 $a_1=b_1$, $a_3=3b_3$, $a_5=5b_5$, 求 a_n, b_n.

23. 如图, 设点 A 和 B 为抛物线 $y^2=4px$ $(p>0)$ 上原点以外的两个动点, 已知 $OA\perp OB$, $OM\perp AB$. 求点 M 的轨迹方程, 并说明它表示什么曲线.



24. 某地区上年度电价为 0.8 元/kW · h, 年用电量为 a kW · h 本年度计划将电价降到 0.55 元/kW · h 至 0.75 元/kW · h 之间, 而用户期望电价为 0.4 元/kW · h 经测算, 下调电价后新增的用电量与实际电价和用户期望电价的差成反比 (比例系数为 k). 该地区电力的成本为 0.3 元/kW · h.

(1) 写出本年度电价下调后, 电力部门的收益 y 与实际电价 x 的函数关系式;

(2) 设 $k=0.2a$, 当电价最低定为多少时仍可保证电力部门的收益比上年至少增长 20%?

注: 收益 = 实际用电量 × (实际电价 − 成本价)