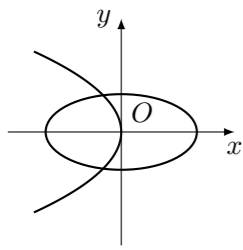


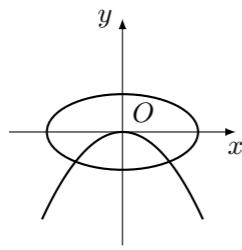
2003 普通高等学校春季招生考试 (北京卷文)

一、选择题

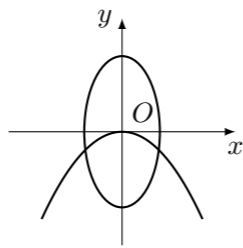
1. 设 $a, b, c, d \in \mathbf{R}$ 且 $a > b, c > d$, 且下列结论中正确的是 ()
 (A) $a + c > b + d$ (B) $a - c > b - d$
 (C) $ac > bd$ (D) $\frac{a}{d} > \frac{b}{c}$
2. 设 M 和 m 分别表示函数 $y = \frac{1}{3} \cos x - 1$ 的最大值和最小值, 则 $M + m$ 等于 ()
 (A) $\frac{2}{3}$ (B) $-\frac{2}{3}$ (C) $-\frac{4}{3}$ (D) -2
3. 若 $f(x) = \frac{x-1}{x}$, 则方程 $f(4x) = x$ 的根是 ()
 (A) -2 (B) 2 (C) $-\frac{1}{2}$ (D) $\frac{1}{2}$
4. 若集合 $M = \{y | y = 2^{-x}\}, P = \{y | y = \sqrt{x-1}\}$, 则 $M \cap P =$ ()
 (A) $\{y | y > 1\}$ (B) $\{y | y \geq 1\}$ (C) $\{y | y > 0\}$ (D) $\{y | y \geq 0\}$
5. 若 A, B, C 是 $\triangle ABC$ 的三个内角, 且 $A < B < C$ ($C \neq \frac{\pi}{2}$), 则下列结论中正确的是 ()
 (A) $\tan A < \tan C$ (B) $\cot A < \cot C$
 (C) $\sin A < \sin C$ (D) $\cos A < \cos C$
6. 在等差数列 $\{a_n\}$ 中, 已知 $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 = 20$, 那么 a_3 等于 ()
 (A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7
7. 设复数 $z_1 = -1 + i, z_2 = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$, 则 $\arg \frac{z_1}{z_2} =$ ()
 (A) $-\frac{5}{12}\pi$ (B) $\frac{5}{12}\pi$ (C) $\frac{7}{12}\pi$ (D) $\frac{13}{12}\pi$
8. 函数 $f(x) = |x|$ 和 $g(x) = x(2-x)$ 的递增区间依次是 ()
 (A) $(-\infty, 0], (-\infty, 1]$ (B) $(-\infty, 0], [1, +\infty)$
 (C) $[0, +\infty), (-\infty, 1]$ (D) $[0, +\infty), [1, +\infty)$
9. 在同一坐标系中, 方程 $a^2x^2 + b^2y^2 = 1$ 与 $ax + by^2 = 0$ ($a > b > 0$) 的曲线大致是 ()



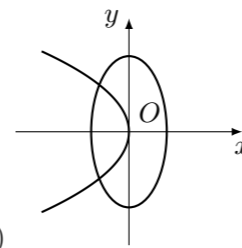
(A)



(B)

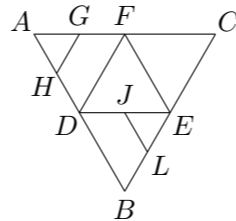


(C)



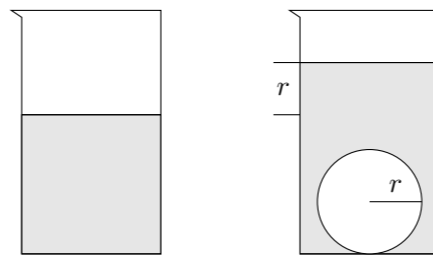
(D)

10. 某班新年联欢会原定的 5 个节目已排成节目单, 开演前又增加了两个新节目. 如果将这两个节目插入原节目单中, 且两个新节目不相邻, 那么不同插法的种数为 ()
 (A) 6 (B) 12 (C) 15 (D) 30
11. 如图, 在正三角形 ABC 中, D, E, F 分别为各边的中点, G, H, I, J 分别为 AF, AD, BE, DE 的中点. 将 $\triangle ABC$ 沿 DE, EF, DF 折成三棱锥以后, GH 与 IJ 所成角的度数为 ()
 (A) 90° (B) 60° (C) 45° (D) 0°
12. 已知直线 $ax + by + c = 0$ ($abc \neq 0$) 与圆 $x^2 + y^2 = 1$ 相切, 则三条边长分别为 $|a|, |b|, |c|$ 的三角形 ()
 (A) 是锐角三角形 (B) 是直角三角形
 (C) 是钝角三角形 (D) 不存在



二、填空题

13. 函数 $y = \sin 2x + 1$ 的最小正周期为_____.
14. 如图, 一个底面半径为 R 的圆柱形量杯中装有适量的水. 若放入一个半径为 r 的实心铁球, 水面高度恰好升高 r , 则 $\frac{R}{r} =$ _____.



15. 在某报《自测健康状况》的报道中, 自测血压结果与相应年龄的统计数据如下表. 观察表中数据的特点, 用适当的数填入表中空白内.

年龄 (岁)	30	35	40	45	50	55	60	65
收缩压 (水银柱/毫米)	110	115	120	125	130	135		145
舒张压 (水银柱/毫米)	70	73	75	78	80	83		88

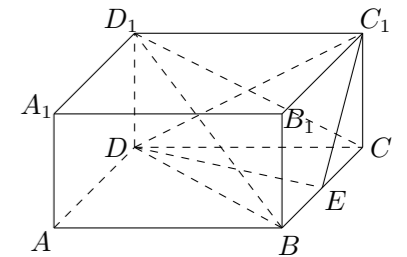
16. 已知 F_1, F_2 分别为椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 的左、右焦点, 点 P 在椭圆上, $\triangle POF_2$ 是面积为 $\sqrt{3}$ 的正三角形, 则 b^2 的值是_____.

三、解答题

17. 解不等式: $\log_2(x^2 - x - 2) > \log_2(2x - 2)$.

18. 已知函数 $f(x) = \frac{6\cos^4 x - 5\cos^2 x + 1}{\cos 2x}$, 求 $f(x)$ 的定义域, 判断它的奇偶性, 并求其值域.

19. 如图, $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 是正四棱柱, 侧棱长为 1, 底面边长为 2, E 是棱 BC 的中点.
 (1) 求三棱锥 $D_1 - DBC$ 的体积;
 (2) 证明 $BD_1 \parallel$ 平面 C_1DE ;
 (3) 求面 C_1DE 与面 CDE 所成二面角的正切值.



20. 设 $A(-c, 0), B(c, 0)$ ($c > 0$) 为两定点, 动点 P 到 A 点的距离与到 B 点的距离的比为定值 a ($a > 0$), 求 P 点的轨迹.

21. 某租赁公司拥有汽车 100 辆. 当每辆车的月租金为 3000 元时, 可全部租出. 当每辆车的月租金每增加 50 元时, 未租出的车将会增加一辆. 租出的车每辆每月需要维护费 150 元, 未租出的车每辆每月需要维护费 50 元.

(1) 当每辆车的月租金定为 3600 元时, 能租出多少辆车?

(2) 当每辆车的月租金定为多少元时, 租赁公司的月收益最大? 最大月收益是多少?

22. 如图, 在边长为 l 的等边 $\triangle ABC$ 中, 圆 O_1 为 $\triangle ABC$ 的内切圆, 圆 O_2 与圆 O_1 外切, 且与 AB, BC 相切, \dots , 圆 O_{n+1} 与圆 O_n 外切, 且与 AB, BC 相切, 如此无限继续下去. 记圆 O_n 的面积为 a_n ($n \in \mathbf{N}$).

(1) 证明 $\{a_n\}$ 是等比数列;

(2) 求 $\lim_{n \rightarrow \infty} (a_1 + a_2 + \dots + a_n)$ 的值.

