

2004 普通高等学校春季招生考试 (北京卷文)

一、选择题

- 在函数 $y = \sin 2x$, $y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = \tan \frac{x}{2}$ 中, 最小正周期为 π 的函数是 ()
 (A) $y = \sin 2x$ (B) $y = \sin x$ (C) $y = \cos x$ (D) $y = \tan \frac{x}{2}$
- 当 $m < 1$ 时, 复数 $z = 2 + (m - 1)i$ 在复平面上对应的点位于 ()
 (A) 第一象限 (B) 第二象限 (C) 第三象限 (D) 第四象限
- 双曲线 $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9} = 1$ 的渐近线方程是 ()
 (A) $y = \pm \frac{3}{2}x$ (B) $y = \pm \frac{2}{3}x$ (C) $y = \pm \frac{9}{4}x$ (D) $y = \pm \frac{4}{9}x$
- 一个圆锥的侧面积是其底面积的 2 倍, 则该圆锥的母线与底面所成的角为 ()
 (A) 30° (B) 45° (C) 60° (D) 75°
- 已知 $\sin(\theta + \pi) < 0$, $\cos(\theta - \pi) > 0$, 则下列不等关系中必定成立的是 ()
 (A) $\sin \theta < 0$, $\cos \theta > 0$ (B) $\sin \theta > 0$, $\cos \theta < 0$
 (C) $\sin \theta > 0$, $\cos \theta > 0$ (D) $\sin \theta < 0$, $\cos \theta < 0$
- 在抛物线 $y^2 = 2px$ 上, 横坐标为 4 的点到焦点的距离为 5, 则 p 的值为 ()
 (A) $\frac{1}{2}$ (B) 1 (C) 2 (D) 4
- 已知 a, b, c, d 均为实数, 有下列命题:
 ① 若 $ab > 0$, $bc - ad > 0$, 则 $\frac{c}{a} - \frac{d}{b} > 0$;
 ② 若 $ab > 0$, $\frac{c}{a} - \frac{d}{b} > 0$, 则 $bc - ad > 0$;
 ③ 若 $bc - ad > 0$, $\frac{c}{a} - \frac{d}{b} > 0$, 则 $ab > 0$.
 其中正确命题的个数是 ()
 (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3
- 两个完全相同的长方体的长、宽、高分别为 5 cm, 4 cm, 3 cm, 把它们重叠在一起组成一个新长方体, 在这些新长方体中, 最长的对角线的长度是 ()
 (A) $\sqrt{77}$ cm (B) $7\sqrt{2}$ cm (C) $5\sqrt{5}$ cm (D) $10\sqrt{2}$ cm
- 在 100 件产品中有 6 件次品, 现从中任取 3 件产品, 至少有 1 件次品的不同取法的种数是 ()
 (A) $C_6^1 C_{94}^2$ (B) $C_6^1 C_{99}^2$ (C) $A_{100}^3 - A_{94}^3$ (D) $C_{100}^3 - C_{94}^3$
- 期中考试以后, 班长算出了全班 40 个人数学成绩的平均分为 M , 如果把 M 当成一个同学的分数, 与原来的 40 个分数一起, 算出这 41 个分数的平均值为 N , 那么 $M : N$ 为 ()
 (A) $\frac{40}{41}$ (B) 1 (C) $\frac{41}{40}$ (D) 2

二、填空题

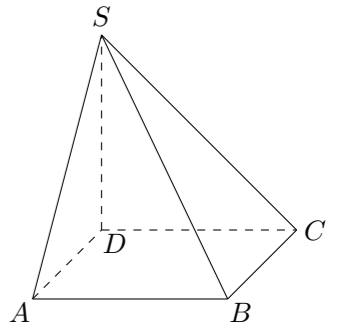
- 直线 $x - \sqrt{3}y + a = 0$ (a 为常实数) 的倾斜角的大小是_____.
- $\frac{\sin(\alpha + 30^\circ) - \sin(\alpha - 30^\circ)}{\cos \alpha}$ 的值为_____.
- 若 $f^{-1}(x)$ 为函数 $f(x) = \lg(x - 1)$ 的反函数, 则 $f^{-1}(x)$ 的值域是_____.
- 若直线 $mx + ny - 3 = 0$ 与圆 $x^2 + y^2 = 3$ 没有公共点, 则 m, n 满足的关系式为_____; 以 (m, n) 为点 P 的坐标, 过点 P 的一条直线与椭圆 $\frac{x^2}{7} + \frac{y^2}{3} = 1$ 的公共点有_____个.

三、解答题

- 解不等式: $\sqrt{2x - 1} > x - 2$.

- 在 $\triangle ABC$ 中, a, b, c 分别是 $\angle A, \angle B, \angle C$ 的对边长, 已知 a, b, c 成等比数列, 且 $a^2 - c^2 = ac - bc$, 求 $\angle A$ 的大小及 $\frac{b \sin B}{c}$ 的值.

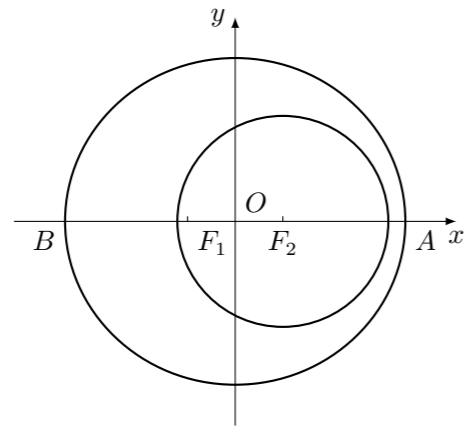
- 如图, 四棱锥 $S - ABCD$ 的底面是边长为 1 的正方形, SD 垂直于底面 $ABCD$, $SB = \sqrt{3}$.
 (1) 求证: $BC \perp SC$;
 (2) 求面 ASD 与面 BSC 所成二面角的大小.



18. 2003 年 10 月 15 日 9 时,“神舟”五号载人飞船发射升空,于 9 时 9 分 50 秒准确进入预定轨道,开始巡天飞行.该轨道是以地球的中心 F_2 为一个焦点的椭圆.选取坐标系如图所示,椭圆中心在原点.近地点 A 距地面 200 km,远地点 B 距地面 350 km.已知地球半径 $R = 6371$ km.

(1) 求飞船飞行的椭圆轨道的方程;

(2) 飞船绕地球飞行了十四圈后,于 16 日 5 时 59 分返回舱与推进舱分离,结束巡天飞行,飞船共巡天飞行了约 6×10^5 km,问飞船巡天飞行的平均速度是多少 km/s? (结果精确到 1 km/s)



19. 某服装厂生产一种服装,每件服装的成本为 40 元,出厂单价定为 60 元,该厂为鼓励销售商订购,决定当一次订购量超过 100 件时,每多订购一件,订购的全部服装的出厂单价就降低 0.02 元.根据市场调查,经销商一次订购量不会超过 500 件.

(1) 设一次订购量为 x 件,服装的实际出厂单价为 P 元,写出函数 $P = f(x)$ 的表达式;

(2) 当销售商一次订购 400 件服装时,该服装厂获得的利润是多少元? (服装厂售出一件服装的利润 = 实际出厂单价 - 成本)

20. 下表给出一个“等差数阵”:

4	7	()	()	()	...	a_{1j}	...
7	12	()	()	()	...	a_{2j}	...
()	()	()	()	()	...	a_{3j}	...
()	()	()	()	()	...	a_{4j}	...
...
a_{i1}	a_{i2}	a_{i3}	a_{i4}	a_{i5}	...	a_{ij}	...
...

其中每行、每列都是等差数列, a_{ij} 表示位于第 i 行第 j 列的数.

(1) 写出 a_{45} 的值;

(2) 写出 a_{ij} 的计算公以及 2008 这个数在等差数阵中所在的位置.