

2004 普通高等学校春季招生考试 (安徽卷理)

一、选择题

1.  $\frac{5(4+i)^2}{i(2+i)} =$  ( )  
 (A)  $5(1-38i)$  (B)  $5(1+38i)$  (C)  $1+38i$  (D)  $1-38i$
2. 不等式  $|2x^2 - 1| \leq 1$  的解集为 ( )  
 (A)  $\{x | -1 \leq x \leq 1\}$  (B)  $\{x | -2 \leq x \leq 2\}$   
 (C)  $\{x | 0 \leq x \leq 2\}$  (D)  $\{x | -2 \leq x \leq 0\}$
3. 已知  $F_1, F_2$  为椭圆  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$  的焦点,  $M$  为椭圆上一点,  $MF_1$  垂直于  $x$  轴, 且  $\angle F_1MF_2 = 60^\circ$ , 则椭圆的离心率为 ( )  
 (A)  $\frac{1}{2}$  (B)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$  (C)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$  (D)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$
4.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n-2)^2(2+3n)^3}{(1-n)^5} =$  ( )  
 (A) 0 (B) 32 (C) -27 (D) 27
5. 等边三角形  $ABC$  的边长为 4,  $M, N$  分别为  $AB, AC$  的中点, 沿  $MN$  将  $\triangle AMN$  折起, 使得面  $AMN$  与面  $MNCB$  所处的二面角为  $30^\circ$ , 则四棱锥  $A-MNCB$  的体积为 ( )  
 (A)  $\frac{3}{2}$  (B)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  (C)  $\sqrt{3}$  (D) 3
6. 已知数列  $\{a_n\}$  满足  $a_0 = 1, a_n = a_0 + a_1 + \dots + a_{n-1} (n \geq 1)$ , 则当  $n \geq 1$  时,  $a_n =$  ( )  
 (A)  $2^n$  (B)  $\frac{n(n+1)}{2}$  (C)  $2^{n-1}$  (D)  $2^n - 1$
7. 若二面角  $\alpha-l-\beta$  为  $120^\circ$ , 直线  $m \perp \alpha$ , 则  $\beta$  所在平面内的直线与  $m$  所成角的取值范围是 ( )  
 (A)  $(0^\circ, 90^\circ]$  (B)  $[30^\circ, 60^\circ]$  (C)  $[60^\circ, 90^\circ]$  (D)  $[30^\circ, 90^\circ]$
8. 若  $f(\sin x) = 2 - \cos 2x$ , 则  $f(\cos x) =$  ( )  
 (A)  $2 - \sin 2x$  (B)  $2 + \sin 2x$  (C)  $2 - \cos 2x$  (D)  $2 + \cos 2x$
9. 直角坐标  $xOy$  平面上, 平行直线  $x = n (n = 0, 1, 2, \dots, 5)$  与平行直线  $y = n (n = 0, 1, 2, \dots, 5)$  组成的图形中, 矩形共有 ( )  
 (A) 25 个 (B) 36 个 (C) 100 个 (D) 225 个
10. 已知直线  $l: x - y - 1 = 0, l_1: 2x - y - 2 = 0$ . 若直线  $l_2$  与  $l_1$  关于  $l$  对称, 则  $l_2$  的方程是 ( )  
 (A)  $x - 2y + 1 = 0$  (B)  $x - 2y - 1 = 0$   
 (C)  $x + y - 1 = 0$  (D)  $x + 2y - 1 = 0$

11. 已知向量集合  $M = \{\vec{a} | \vec{a} = (1, 2) + \lambda(3, 4), \lambda \in \mathbf{R}\}, N = \{\vec{a} | \vec{a} = (-2, -2) + \lambda(4, 5), \lambda \in \mathbf{R}\}$ , 则  $M \cap N =$   
 (A)  $\{(1, 1)\}$  (B)  $\{(1, 1), (-2, -2)\}$   
 (C)  $\{(-2, -2)\}$  (D)  $\emptyset$

12. 函数  $y = \sin^4 x + \cos^4 x$  的最小正周期为 ( )  
 (A)  $\frac{\pi}{4}$  (B)  $\frac{\pi}{2}$  (C)  $\pi$  (D)  $2\pi$

二、填空题

13. 抛物线  $y^2 = 6x$  的准线方程为\_\_\_\_\_.
14. 在 5 名学生 (3 名男生, 2 名女生) 中安排 2 名学生值日, 其中至少有 1 名女生的概率是\_\_\_\_\_.
15. 函数  $y = \sqrt{x} - x (x \geq 0)$  的最大值为\_\_\_\_\_.
16. 若  $(x + \frac{1}{x} - 2)^n$  的展开式中常数项为 -20, 则自然数  $n =$ \_\_\_\_\_.

三、解答题

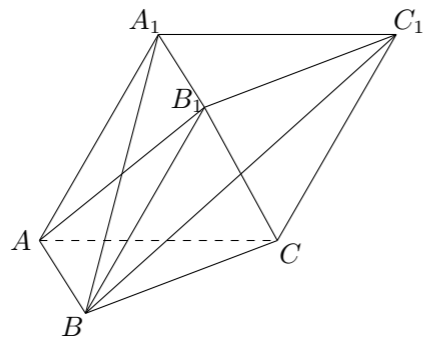
17. 解关于  $x$  的不等式:  $\log_a^3 x < 3 \log_a x (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$ .

18. 已知正项数列  $\{b_n\}$  的前  $n$  项和  $B_n = \frac{1}{4}(b_n + 1)^2$ , 求  $\{b_n\}$  的通项公式.

19. 已知  $k > 0$ , 直线  $l_1: y = kx, l_2: y = -kx$ .

- (1) 证明: 到  $l_1, l_2$  的距离的平方和为定值  $a (a > 0)$  的点的轨迹是圆或椭圆;
- (2) 求到  $l_1, l_2$  的距离之和为定值  $c (c > 0)$  的点的轨迹.

20. 已知三棱柱  $ABC-A_1B_1C_1$  中, 底面边长和侧棱长均为  $a$ , 侧面  $A_1ACC_1 \perp$  底面  $ABC$ ,  $A_1B = \frac{\sqrt{6}}{2}a$ .
- (1) 求异面直线  $AC$  与  $BC_1$  所成角的余弦值;
  - (2) 求证:  $A_1B \perp$  面  $AB_1C$ .



21. 已知盒中有 10 个灯泡, 其中 8 个正品, 2 个次品. 现需要从中取出 2 个正品, 每次取出 1 个, 取出后不放回, 直到取出 2 个正品为止. 设  $\xi$  为取出的次数, 求  $\xi$  的分布列及  $E\xi$ .

22. 已知抛物线  $C: y = x^2 + 4x + \frac{2}{7}$ , 过  $C$  上一点  $M$ , 且与  $M$  处的切线垂直的直线称为  $C$  在点  $M$  的法线.
- (1) 若  $C$  在点  $M$  的法线的斜率为  $-\frac{1}{2}$ , 求点  $M$  的坐标  $(x_0, y_0)$ ;
  - (2) 设  $P(-2, a)$  为  $C$  对称轴上的一点, 在  $C$  上是否存在点, 使得  $C$  在该点的法线通过点  $P$ ? 若有, 求出这些点, 以及  $C$  在这些点的法线方程; 若没有, 请说明理由.