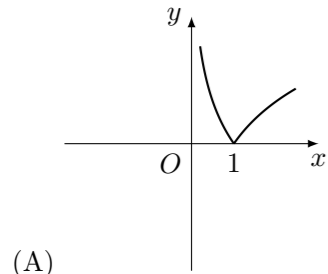


2005 普通高等学校春季招生考试 (北京卷文)

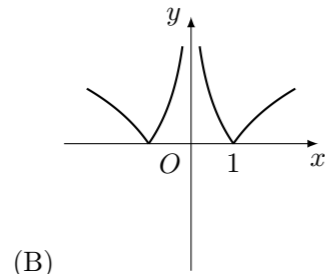
一、选择题

1.  $i - 2$  的共轭复数是 ( )  
 (A)  $2 + i$  (B)  $2 - i$  (C)  $-2 + i$  (D)  $-2 - i$

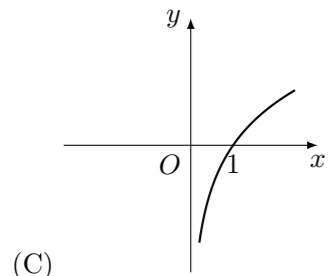
2. 函数  $y = |\log_2 x|$  的图象是



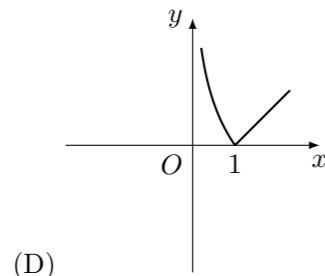
(A)



(B)



(C)



(D)

3. 下列命题中, 正确的是 ( )  
 (A) 经过不同的三点有且只有一个平面  
 (B) 分别在两个平面内的两条直线一定是异面直线  
 (C) 垂直于同一个平面的两条直线是平行直线  
 (D) 垂直于同一个平面的两个平面平行

4. 如果函数  $f(x) = \sin(\pi x + \theta)$  ( $0 < \theta < 2\pi$ ) 的最小正周期是  $T$ , 且当  $x = 2$  时取得最大值, 那么 ( )  
 (A)  $T = 2, \theta = \frac{\pi}{2}$  (B)  $T = 1, \theta = \pi$   
 (C)  $T = 2, \theta = \pi$  (D)  $T = 1, \theta = \frac{\pi}{2}$

5. 设  $abc \neq 0$ , “ $ac > 0$ ”是“曲线  $ax^2 + by^2 = c$  为椭圆”的 ( )  
 (A) 充分非必要条件 (B) 必要非充分条件  
 (C) 充分必要条件 (D) 既非充分又非必要条件

6. 直线  $x + \sqrt{3}y - 2 = 0$  被圆  $(x - 1)^2 + y^2 = 1$  所截得的线段的长为 ( )  
 (A) 1 (B)  $\sqrt{2}$  (C)  $\sqrt{3}$  (D) 2

7. 在  $\triangle ABC$  中, 已知  $2\sin A \cos B = \sin C$ , 那么  $\triangle ABC$  一定是 ( )  
 (A) 直角三角形 (B) 等腰三角形  
 (C) 等腰直角三角形 (D) 正三角形

8. 若不等式  $(-1)^n a < 2 + \frac{(-1)^{n+1}}{n}$  对于任意正整数  $n$  恒成立, 则实数  $a$  的取值范围是 ( )  
 (A)  $\left[-2, \frac{3}{2}\right)$  (B)  $\left(-2, \frac{3}{2}\right)$  (C)  $\left[-3, \frac{3}{2}\right)$  (D)  $\left(-3, \frac{3}{2}\right)$

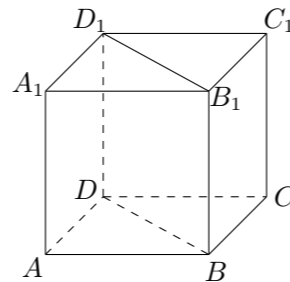
二、填空题

9.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2}{2n^2 - 3} = \underline{\hspace{2cm}}$ .

10. 椭圆  $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$  的离心率是  $\underline{\hspace{2cm}}$ , 准线方程是  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

11. 已知  $\sin \frac{\theta}{2} + \cos \frac{\theta}{2} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$ , 那么  $\sin \theta$  的值为  $\underline{\hspace{2cm}}$ ,  $\cos 2\theta$  的值为  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

12. 如图, 正方体  $ABCD - A_1B_1C_1D_1$  的棱长为  $a$ , 将该正方体沿对角面  $BB_1D_1D$  切成两块, 再将这两块拼接成一个不是正方体的四棱柱, 那么所得四棱柱的全面积为  $\underline{\hspace{2cm}}$ .



13. 从 0, 1, 2, 3 这四个数中选三个不同的数作为函数  $f(x) = ax^2 + bx + c$  的系数, 可组成不同的一次函数共有  $\underline{\hspace{2cm}}$  个, 不同的二次函数共有  $\underline{\hspace{2cm}}$  个. (用数字作答)

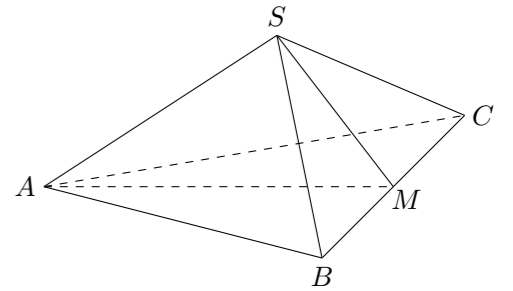
14. 若关于  $x$  的不等式  $x^2 - ax - a > 0$  的解集为  $(-\infty, +\infty)$ , 则实数  $a$  的取值范围是  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

三、解答题

15. 设函数  $f(x) = \lg(2x - 3)$  的定义域为集合  $M$ , 函数  $g(x) = \sqrt{(x - 3)(x - 1)}$  的定义域为集合  $N$ . 求:  
 (1) 集合  $M, N$ ;  
 (2) 集合  $M \cap N, M \cup N$ .

16. 如图, 正三棱锥  $S - ABC$  中, 底面边长是 3, 棱锥的侧面积等于底面积的 2 倍,  $M$  是  $BC$  的中点. 求:

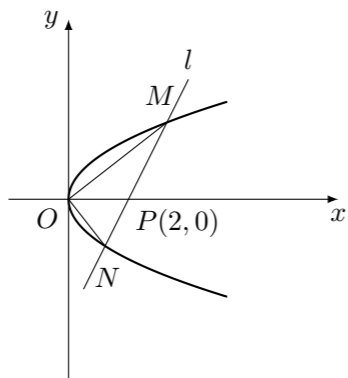
- (1)  $\frac{AM}{SM}$  的值;  
 (2) 二面角  $S - BC - A$  的大小;  
 (3) 正三棱锥  $S - ABC$  的体积.



17. 已知  $\{a_n\}$  是等比数列,  $a_1 = 2, a_4 = 54$ ;  $\{b_n\}$  是等差数列,  $b_1 = 2, b_1 + b_2 + b_3 + b_4 = a_1 + a_2 + a_3$ .

- (1) 求数列  $\{a_n\}$  的通项公式及前  $n$  项和  $S_n$  的公式;  
 (2) 求数列  $\{b_n\}$  的通项公式;  
 (3) 设  $U_n = b_1 + b_4 + b_7 + \dots + b_{3n-2}$ , 其中  $n = 1, 2, \dots$ , 求  $U_{10}$  的值.

18. 如图,  $O$  为坐标原点, 过点  $P(2,0)$  且斜率为  $k$  的直线  $l$  交抛物线  $y^2 = 2x$  于  $M(x_1, y_1)$ 、 $N(x_2, y_2)$  两点.
- (1) 写出直线  $l$  的截距式方程;
  - (2) 求  $x_1x_2$  与  $y_1y_2$  的值;
  - (3) 求证:  $OM \perp ON$ .



19. 经过长期观测得到: 在交通繁忙的时段内, 某公路段汽车的车流量  $y$  (千辆/小时) 与汽车的平均速度  $v$  (千米/小时) 之间的函数关系为:
- $$y = \frac{920v}{v^2 + 3v + 1600} \quad (v > 0).$$
- (1) 在该时段内, 当汽车的平均速度  $v$  为多少时, 车流量最大? 最大车流量为多少? (精确到 0.1 千辆/小时)
  - (2) 若要求在该时段内车流量超过 10 千辆/小时, 则汽车站的平均速度应在什么范围内?

20. 现有一组互不相同且从小到大排列的数据:  $a_0, a_1, a_2, a_3, a_4, a_5$ , 其中  $a_0 = 0$ . 为提取反映数据间差异程度的某种指标, 今对其进行如下加工: 记  $T = a_0 + a_1 + \dots + a_5$ ,  $x_n = \frac{n}{5}$ ,  $y_n = \frac{1}{T}(a_0 + a_1 + \dots + a_n)$ , 作函数  $y = f(x)$ , 使其图象为逐点依次连接点  $P_n(x_n, y_n)$  ( $n = 0, 1, 2, \dots, 5$ ) 的折线.
- (1) 求  $f(0)$  和  $f(1)$  的值;
  - (2) 设  $P_{n-1}P_n$  的斜率为  $k_n$  ( $n = 1, 2, 3, 4, 5$ ), 判断  $k_1, k_2, k_3, k_4, k_5$  的大小关系;
  - (3) 证明:  $f(x_n) < x_n$  ( $n = 1, 2, 3, 4$ ).