

**2016年上海市普通高等学校春季招生统一考试**  
**(暨上海市普通高中学业水平考试)**

**数学试卷**

考生注意:

1. 本试卷两考合一, 春季高考 = 学业水平考 + 附加题;  
(1) 春季高考, 共 36 道试题, 满分 150 分. 考试时间 130 分钟;  
(2) 学业水平考, 共 29 题, 满分 120 分. 考试时间 90 分钟;  
(3) 附加题, 共 7 题, 满分 30 分. 考试时间 40 分钟.
2. 本试卷分设试卷和答题纸. 试卷包括填空题、选择题、解答题.
3. 答卷前, 务必在答题纸上填写姓名、春考报名号、考场号、座位号, 并将核对后条形码贴在指定位置上.
4. 作答必须涂或写在答题纸上与试卷号对应的位置, 在试卷上作答一律不得分.

**第 I 卷**

一、填空题(本大题共有 12 题, 满分 36 分) 考生应在答题纸相应编号的空格内直接填写结果, 每个空格填对得 3 分, 否则一律得零分.

1. 复数  $3 + 4i$  ( $i$  为虚数单位) 的实部是\_\_\_\_\_.
2. 若  $\log_2(x+1) = 3$ , 则  $x =$ \_\_\_\_\_.
3. 直线  $y = x - 1$  与直线  $y = 2$  的夹角为\_\_\_\_\_.
4. 函数  $f(x) = \sqrt{x-2}$  的定义域为\_\_\_\_\_.
5. 三阶行列式  $\begin{vmatrix} 1 & -3 & 5 \\ 4 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \end{vmatrix}$  中, 元素 5 的代数余子式的值为\_\_\_\_\_.
6. 函数  $f(x) = \frac{1}{x} + a$  的反函数的图像经过点  $(2, 1)$ , 则实数  $a =$ \_\_\_\_\_.
7. 在  $\triangle ABC$  中, 若  $A = 30^\circ$ ,  $B = 45^\circ$ ,  $BC = \sqrt{6}$ , 则  $AC =$ \_\_\_\_\_.
8. 4 个人排成一排照相, 不同排列方式的种数为\_\_\_\_\_ (结果用数值表示).
9. 无穷等比数列  $\{a_n\}$  的首项为 2, 公比为  $\frac{1}{3}$ , 则  $\{a_n\}$  的各项的和为\_\_\_\_\_.
10. 若  $2 + i$  ( $i$  为虚数单位) 是关于  $x$  的实系数一元二次方程  $x^2 + ax + 5 = 0$  的一个虚根, 则  $a =$ \_\_\_\_\_.
11. 函数  $y = x^2 - 2x + 1$  在区间  $[0, m]$  上的最小值为 0, 最大值为 1, 则实数  $m$  的取值范围是\_\_\_\_\_.
12. 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 点  $A$ 、 $B$  是圆  $x^2 + y^2 - 6x + 5 = 0$  上的两个动点, 且满足  $|AB| = 2\sqrt{3}$ , 则  $|\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}|$  的最小值为\_\_\_\_\_.

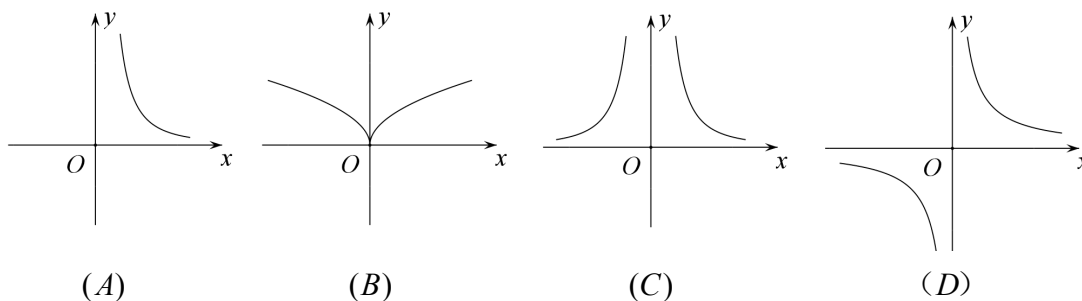
二、选择题（本大题共有 12 题，满分 36 分）每题有且只有一个正确答案，考生应在答题纸相应编号上，将代表答案的小方格涂黑，选对得 3 分，否则一律得零分。

13. 满足  $\sin \alpha > 0$  且  $\tan \alpha < 0$  的角  $\alpha$  属于 ( )  
 (A) 第一象限 (B) 第二象限 (C) 第三象限 (D) 第四象限

14. 半径为 1 的球的表面积为 ( )  
 (A)  $\pi$  (B)  $\frac{4}{3}\pi$  (C)  $2\pi$  (D)  $4\pi$

15. 在  $(1+x)^6$  的二项展开式中， $x^2$  项的系数为 ( )  
 (A) 2 (B) 6 (C) 15 (D) 20

16. 幂函数  $y = x^{-2}$  的大致图像是 ( )



17. 已知向量  $\vec{a} = (1, 0)$ ,  $\vec{b} = (1, 2)$ , 则向量  $\vec{b}$  在向量  $\vec{a}$  方向上的投影为 ( )  
 (A) 1 (B) 2 (C)  $(1, 0)$  (D)  $(0, 2)$

18. 设直线  $l$  与平面  $\alpha$  平行，直线  $m$  在平面  $\alpha$  上，那么 ( )  
 (A) 直线  $l$  平行于直线  $m$  (B) 直线  $l$  与直线  $m$  异面  
 (C) 直线  $l$  与直线  $m$  没有公共点 (D) 直线  $l$  与直线  $m$  不垂直

19. 在用数学归纳法证明等式  $1+2+3+\dots+2n=2n^2+n$  ( $n \in N^*$ ) 的第 (ii) 步中，假设  $n=k$  时原等式成立。那么在  $n=k+1$  时，需要证明的等式为 ( )

- (A)  $1+2+3+\dots+2k+2(k+1)=2k^2+k+2(k+1)^2+(k+1)$   
 (B)  $1+2+3+\dots+2k+2(k+1)=2(k+1)^2+(k+1)$   
 (C)  $1+2+3+\dots+2k+(2k+1)+2(k+1)=2k^2+k+2(k+1)^2+(k+1)$   
 (D)  $1+2+3+\dots+2k+(2k+1)+2(k+1)=2(k+1)^2+(k+1)$

20. 关于双曲线  $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{4} = 1$  与  $\frac{y^2}{16} - \frac{x^2}{4} = 1$  的焦距和渐近线，下列说法正确的是 ( )

- (A) 焦距相等，渐近线相同 (B) 焦距相等，渐近线不相同  
 (C) 焦距不相等，渐近线相同 (D) 焦距不相等，渐近线不相同

21. 设函数  $y = f(x)$  的定义域为  $R$ ，则 “ $f(0) = 0$ ” 是 “ $y = f(x)$  为奇函数” 的 ( )

(A) 充分不必要条件

(B) 必要不充分条件

(C) 充要条件

(D) 既不充分也不必要条件

22. 下列关于实数  $a$ 、 $b$  的不等式中，不恒成立的是 ( )

(A)  $a^2 + b^2 \geq 2ab$

(B)  $a^2 + b^2 \geq -2ab$

(C)  $(\frac{a+b}{2})^2 \geq ab$

(D)  $(\frac{a+b}{2})^2 \geq -ab$

23. 设单位向量  $\vec{e}_1$  与  $\vec{e}_2$  既不平行也不垂直，对非零向量  $\vec{a} = x_1\vec{e}_1 + y_1\vec{e}_2$ 、 $\vec{b} = x_2\vec{e}_1 + y_2\vec{e}_2$  有结论：

① 若  $x_1y_2 - x_2y_1 = 0$ ，则  $\vec{a} // \vec{b}$ ；② 若  $x_1x_2 - y_1y_2 = 0$ ，则  $\vec{a} \perp \vec{b}$ 。

关于以上两个结论，正确的判断是 ( )

(A) ①成立，②不成立

(B) ①不成立，②成立

(C) ①成立，②成立

(D) ①不成立，②不成立

24. 对于椭圆  $C_{(a,b)}: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a, b > 0, a \neq b)$ ，若点  $(x_0, y_0)$  满足  $\frac{x_0^2}{a^2} + \frac{y_0^2}{b^2} < 1$ ，则称该点在椭圆

$C_{(a,b)}$  内，在平面直角坐标系中，若点  $A$  在过点  $(2,1)$  的任意椭圆  $C_{(a,b)}$  内或椭圆  $C_{(a,b)}$  上，则满足条件的点  $A$  构成的图形为 ( )

(A) 三角形及其内部

(B) 矩形及其内部

(C) 圆及其内部

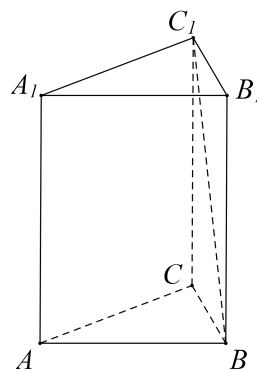
(D) 椭圆及其内部

三、解答题 (本大题共有 5 题，满分 48 分) 解答下列各题必须在答题纸相应编号的规定区域内写出必要的步骤。

25. (本题满分 8 分)

如图，已知正三棱柱  $ABC - A_1B_1C_1$  的体积为  $9\sqrt{3}$ ，底面边长为 3，

求异面直线  $BC_1$  与  $AC$  所成的角的大小。



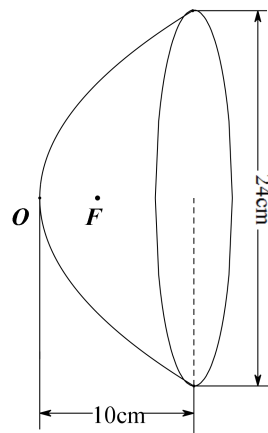
26. (本题满分 8 分)

已知函数  $f(x) = \sin x + \sqrt{3} \cos x$ ，求  $f(x)$  的最小正周期及最大值，并指出  $f(x)$  取得最大值时

$x$  的值.

27. (本题满分 8 分)

如图, 汽车前灯反射镜与轴截面的交线是抛物线的一部分, 灯口所在的圆面与反射镜的轴垂直, 灯泡位于抛物线的焦点  $F$  处, 已知灯口直径是  $24\text{cm}$ , 灯深  $10\text{cm}$ , 求灯泡与反射镜的顶点  $O$  的距离.



28. (本题满分 12 分) 本题共有 2 个小题, 第 1 小题满分 4 分, 第 2 小题满分 8 分.

已知数列  $\{a_n\}$  是公差为 2 的等差数列.

(1) 若  $a_1, a_3, a_4$  成等比数列, 求  $a_1$  的值;

(2) 设  $a_1 = -19$ , 数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ . 数列  $\{b_n\}$  满足  $b_1 = 1, b_{n+1} - b_n = \left(\frac{1}{2}\right)^n$ .

记  $c_n = S_n + 2^{n-1} \cdot b_n (n \in N^*)$ , 求数列  $\{c_n\}$  的最小项  $c_{n_0}$  (即  $c_{n_0} \leq c_n$  对任意  $n \in N^*$  成立).

29. (本题满分 12 分) 本题共有 2 个小题, 第 1 小题满分 5 分, 第 2 小题满分 7 分.

对于函数  $f(x)$  与  $g(x)$ , 记集合  $D_{f>g} = \{x | f(x) > g(x)\}$ .

(1) 设  $f(x) = 2|x|, g(x) = x + 3$ , 求  $D_{f>g}$ ;

(2) 设  $f_1(x) = x - 1, f_2(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x + a \cdot 3^x + 1, h(x) = 0$ . 如果  $D_{f_1>h} \cup D_{f_2>h} = R$ ,

求实数  $a$  的取值范围.

## 第 II 卷 (附加题)

一、选择题（本大题满分 9 分）本大题共有 3 题，每题有且只有一个正确答案，考生应在答题纸的相应编号上，将代表答案的小方格涂黑，选对得 3 分，否则一律得 0 分。

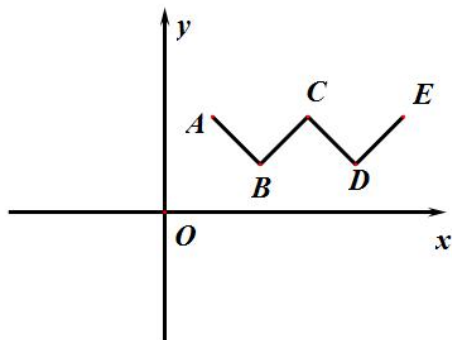
1. 若函数  $f(x) = \sin(x + \varphi)$  是偶函数，则  $\varphi$  的一个值是( )

- (A) 0                      (B)  $\frac{\pi}{2}$                       (C)  $\pi$                       (D)  $2\pi$

2. 在复平面上，满足  $|z - 1| = 4$  的复数  $z$  所对应的点的轨迹是( )

- (A) 两个点                      (B) 一条线段                      (C) 两条直线                      (D) 一个圆

3. 已知函数  $f(x)$  的图像是折线段  $ABCDE$ ，如图，其中  $A(1, 2), B(2, 1), C(3, 2), D(4, 1), E(5, 2)$ ，设  $k, b \in R$ ，若直线  $y = kx + b$  与  $f(x)$  的图像恰有 4 个不同的公共点，则  $k$  的取值范围是( )



- (A)  $(-1, 0) \cup (0, 1)$                       (B)  $(-\frac{1}{3}, \frac{1}{3})$   
 (C)  $(0, 1]$                       (D)  $[0, \frac{1}{3}]$

二、填空题（本大题满分 9 分）本大题共有 3 小题，考生应在答题纸相应编号的空格内直接填写结果，每个空格填对得 3 分，否则一律得 0 分。

4. 椭圆的  $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$  的长半轴的长为\_\_\_\_\_.

5. 已知圆锥的母线长为 10，母线与轴的夹角为  $30^\circ$ ，则该圆锥的侧面积为\_\_\_\_\_.

6. 小明用数列  $\{a_n\}$  记录某地区 2015 年 12 月份 31 天中每天是否下过雨，方法为：当第  $k$  天下过雨时，记  $a_k = 1$ ；当第  $k$  天没下过雨时，记  $a_k = -1$  ( $1 \leq k \leq 31$ )。他用数列  $\{b_n\}$  记录该地区该月每天气象台预报是否有雨，方法为：当预报第  $k$  天有雨时，记  $b_k = 1$ ；当预报第  $k$  天没有雨时，记  $b_k = -1$  ( $1 \leq k \leq 31$ )。记录完毕后，小明计算出  $a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3 + \dots + a_{31}b_{31} = 25$ ，那么该月气象台预报准确的总天数为\_\_\_\_\_.

三、解答题（本大题满分 12 分）解答本题必须在答题纸相应编号的规定区域内写出必要的步骤。

7. （本题满分 12 分）本题共有 2 个小题，第 1 小题满分 4 分，第 2 小题满分 8 分。

对于数列  $\{a_n\}$  与  $\{b_n\}$ ，若对数列  $\{c_n\}$  的每一项  $c_k$ ，均有  $c_k = a_k$  或  $c_k = b_k$ ，则称数列  $\{c_n\}$

是 $\{a_n\}$ 与 $\{b_n\}$ 的一个“并数列”.

(1) 设数列 $\{a_n\}$ 与 $\{b_n\}$ 的前三项分别为 $a_1 = 1, a_2 = 3, a_3 = 5, b_1 = 1, b_2 = 2, b_3 = 3$ , 若 $\{c_n\}$ 是 $\{a_n\}$ 与 $\{b_n\}$ 的一个“并数列”, 求所有可能的有序数组 $(c_1, c_2, c_3)$ ;

(2) 已知数列 $\{a_n\}, \{c_n\}$ 均为等差数列,  $\{a_n\}$ 的公差为1, 首项为正整数 $t$ ;  $\{c_n\}$ 的前10项和为 $-30$ , 前20项和为 $-260$ , 若存在唯一的数列 $\{b_n\}$ , 使得 $\{c_n\}$ 是 $\{a_n\}$ 与 $\{b_n\}$ 的一个“并数列”, 求 $t$ 的值所构成的集合.

# 参考答案（简略版）

## 第 I 卷

### 一、填空题（第 1 题至第 12 题）

- 1、3      2、7      3、 $\frac{\pi}{4}$       4、 $[2, +\infty)$       5、8      6、1  
7、 $2\sqrt{3}$       8、24      9、3      10、-4      11、 $[1, 2]$       12、4

### 二、选择题（第 13 题至第 24 题）

- 13、B      14、D      15、C      16、C      17、A      18、C  
19、D      20、B      21、B      22、D      23、A      24、B

### 三、解答题（第 25 题至第 29 题）

25、解：  $h = 4 \Rightarrow \theta = \arccos \frac{3}{10}$  .

26、解：  $T = 2\pi$  ; 当  $x = \frac{\pi}{6} + 2k\pi (k \in Z)$  时, 有  $y_{\max} = 2$  .

27、解：  $y^2 = 14.4x \Rightarrow |OF| = 3.6 \text{ cm}$  .

28、解：

(1)  $a_1 = -8$  ;

(2)  $c_n = n^2 - 20n + 2^n - 1$  ; 通过数列单调性定义, 可得当  $n = 4$  时, 有  $\{c_n\}$  的最小项  $c_4 = -49$  .

29、解：

(1)  $D_{f>g} = (-\infty, -1) \cup (3, +\infty)$  ;

(2) 由题意,  $\left. \begin{array}{l} D_{f_1>h} = (1, +\infty) \\ D_{f_1>h} \cup D_{f_2>h} = R \end{array} \right\} \Rightarrow (-\infty, 1] \subseteq D_{f_2>h}$  ,

即不等式  $(\frac{1}{3})^x + a \cdot 3^x + 1 > 0$  在  $(-\infty, 1]$  上恒成立;

令  $t = (\frac{1}{3})^x$  , 则  $-a < t^2 + t$  在  $[\frac{1}{3}, +\infty)$  上恒成立, 即  $-a < (t^2 + t)_{\min} = \frac{4}{9}$  , 即  $a > -\frac{4}{9}$  .

## 第 II 卷（附加题）

### 一、选择题（第 1 题至第 3 题）

1、B            2、D            3、B

### 二、填空题（第 4 题至第 6 题）

4、5            5、 $50\pi$             6、28

### 三、解答题（第 7 题）

解：

(1)  $(1, 3, 5), (1, 3, 3), (1, 2, 5), (1, 2, 3)$ ；

(2) 由题意，易得 
$$\begin{cases} a_n = t + n - 1 \\ c_n = -2n + 8 \end{cases} (n, t \in N^*)$$
；

因为存在唯一的数列  $\{b_n\}$ ，使得  $\{c_n\}$  是  $\{a_n\}$  与  $\{b_n\}$  的一个“并数列”，

所以  $\begin{cases} a_n \neq c_n \\ b_n = c_n \end{cases}$  对一切正整数  $n$  恒成立，即  $t + n - 1 \neq -2n + 8 \Rightarrow t \neq -3n + 9 \Rightarrow t \neq 3$  且  $t \neq 6$ ；

因此，满足条件的  $t$  的值所构成的集合为  $\{t \mid t \neq 3, t \neq 6, t \in N^*\}$ 。