2018年上海市春季高考数学试卷

2018.01

一. 填空题（本大题共12题，满分54分，第1~6题每题4分，第7~12题每题5分）

1. 不等式$|x|>1$的解集为________

2. 计算：$\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{3n-1}{n+2}=$________

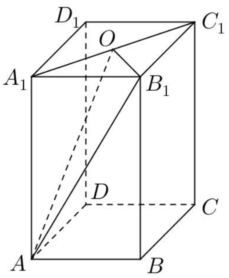
3. 设集合$A=\{x\,|\,0<x<2\}$，$B=\{x\,|\,-1<x<1\}$，则$A\cap B=$________

4. 若复数$z=1+\mathrm{i}$（i是虚数单位），则$z+\dfrac{2}{z}=$________

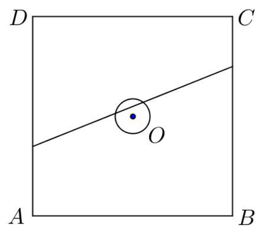
5. 已知$\{a_n\}$是等差数列，若$a_2+a_8=10$，则$a_3+a_5+a_7=$________

6. 已知平面上动点P到两个定点$(1,0)$和$(-1,0)$的距离之和等于4，则动点P的轨迹方程为________

7. 如图，在长方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，$AB=3$，$BC=4$，$AA_1=5$，O是A_1C_1的中点，则三棱锥$A-A_1OB_1$的体积为________



（第7题）



（第12题）

8. 某校组队参加辩论赛，从6名学生中选出4人分别担任一、二、三、四辩，若其中学生甲必须参赛且不担任四辩，则不同的安排方法种数为________（结果用数值表示）

9. 设$a\in\mathbf{R}$，若$(x^2+\dfrac{2}{x})^9$与$(x+\dfrac{a}{x^2})^9$的二项展开式中的常数项相等，则$a=$________

10. 设$m\in\mathbf{R}$，若z是关于x的方程$x^2+mx+m^2-1=0$的一个虚根，则$|\overline{z}|$的取值范围是________

11. 设$a>0$，函数$f(x)=x+2(1-x)\sin(ax)$，$x\in(0,1)$，若函数$y=2x-1$与$y=f(x)$的图像有且仅有两个不同的公共点，则a的取值范围是________

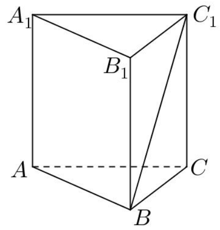
12. 如图，正方形$ABCD$的边长为20米，圆O的半径为1米，圆心是正方形的中心，点P、Q分别在线段AD、CB上，若线段PQ与圆O有公共点，则称点Q在点P的“盲区”中，已知点P以1.5米/秒的速度从A出发向D移动，同时，点Q以1米/秒的速度从C出发向B移动，则在点P从A移动到D的过程中，点Q在点P的盲区中的时长约为________秒（精确到0.1）

二. 选择题（本大题共 4 题，每题 5 分，共 20 分）

13. 下列函数中，为偶函数的是（　　）

A. $y=x^{-2}$　　B. $y=x^{\frac{1}{3}}$　　C. $y=x^{-\frac{1}{2}}$　　D. $y=x^{3}$

14. 如图，在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的棱所在的直线中，与直线 BC_1 异面的直线的条数为（　　）



A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

15. 设 S_n 为数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和，“$\{a_n\}$ 是递增数列”是“$\{S_n\}$ 是递增数列”的（　　）

A. 充分非必要条件　　B. 必要非充分条件

C. 充要条件　　D. 既非充分又非必要条件

16. 已知 A、B 为平面上的两个定点，且 $|\overrightarrow{AB}|=2$，该平面上的动线段 PQ 的端点 P、Q，满足 $|\overrightarrow{AP}|\le 5$，$\overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{AB}=6$，$\overrightarrow{AQ}=-2\overrightarrow{AP}$，则动线段 PQ 所形成图形的面积为（　　）

A. 36　　B. 60　　C. 72　　D. 108

三. 解答题（本大题共 5 题，共 14+14+14+16+18=76 分）

17. 已知 $y=\cos x$.

（1）若 $f(\alpha)=\dfrac{1}{3}$，且 $\alpha\in[0,\pi]$，求 $f(\alpha-\dfrac{\pi}{3})$ 的值；

（2）求函数 $y=f(2x)-2f(x)$ 的最小值.

18. 已知$a\in R$，双曲线$\Gamma:\dfrac{x^2}{a^2}-y^2=1$.

（1）若点$(2,1)$在上，求Γ的焦点坐标；

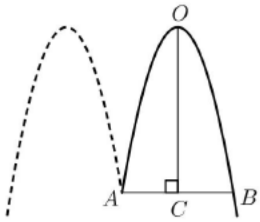
（2）若$a=1$，直线$y=kx+1$与Γ相交于A、B两点，且线段AB中点的横坐标为1，求实数k的值.

19. 利用“平行于圆锥母线的平面截圆锥面，所得截线是抛物线”的几何原理，某快餐店用两个射灯（射出的光锥为圆锥）在广告牌上投影出其标识，如图 1 所示，图 2 是投影射出的抛物线的平面图，图 3 是一个射灯投影的直观图，在图 2 与图 3 中，点O、A、B在抛物线上，OC是抛物线的对称轴，$OC\perp AB$于C，$AB=3$米，$OC=4.5$米.

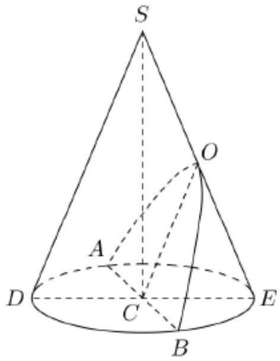
（1）求抛物线的焦点到准线的距离；

（2）在图 3 中，已知OC平行于圆锥的母线SD，AB、DE是圆锥底面的直径，求圆锥的母线与轴的夹角的大小（精确到 0.01°）.

（图 1）



（图 2）



（图 3）

20. 设 $a>0$，函数 $f(x)=\dfrac{1}{1+a\cdot 2^{x}}$.

（1）若 $a=1$，求 $f(x)$ 的反函数 $f^{-1}(x)$；

（2）求函数 $y=f(x)\cdot f(-x)$ 的最大值（用 a 表示）；

（3）设 $g(x)=f(x)-f(x-1)$，若对任意 $x\in(-\infty,0]$， $g(x)\ge g(0)$ 恒成立，求 a 取值范围.

21. 若$\{c_n\}$是递增数列，数列$\{a_n\}$满足：对任意$n\in N^*$，存在$m\in N^*$，使得$\frac{a_m-c_n}{a_m-c_{n+1}}\le 0$，则称$\{a_n\}$是$\{c_n\}$的“分隔数列”．

（1）设$c_n=2n$，$a_n=n+1$，证明：数列$\{a_n\}$是$\{c_n\}$的分隔数列；

（2）设$c_n=n-4$，S_n是$\{c_n\}$的前n项和，$d_n=c_{3n-2}$，判断数列$\{S_n\}$是否是数列$\{d_n\}$的分隔数列，并说明理由；

（3）设$c_n=aq^{n-1}$，T_n是$\{c_n\}$的前n项和，若数列$\{T_n\}$是$\{c_n\}$的分隔数列，求实数a、q的取值范围.

参考答案

一. 填空题

1. $(-\infty,-1)\cup(1,+\infty)$　　2. 3　　3. $(0,1)$　　4. 2　　5. 15　　6. $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$

7. 5　　8. 180　　9. 4　　10. $(\frac{\sqrt{3}}{3},+\infty)$　　11. $(\frac{11\pi}{6},\frac{19\pi}{6}]$　　12. 4.4

二. 选择题

13. A　　14. C　　15. D　　16. B

三. 解答题

17.（1）$\frac{1+2\sqrt{6}}{6}$；（2）$-\frac{3}{2}$.

18.（1）$(\sqrt{3},0)$，$(-\sqrt{3},0)$；（2）$\frac{\sqrt{5}-1}{2}$.

19.（1）$\frac{1}{4}$；（2）9.59° .

20.（1）$f^{-1}(x)=\log_2\frac{1-x}{x}$（$0<x<1$）;（2）$y_{\max}=\frac{1}{(1+a)^2}$（当 $x=0$ 时取到）;（3）$(0,\sqrt{2}]$.

21.（1）证明略;（2）不是，反例：$n=4$ 时，m 无解;（3）$\begin{cases}a>0\\q\geq 2\end{cases}$.