2022年上海春季高考练习数学试题

一、填空题

1．已知$z=2+\mathrm{i}$，则$\bar{z}=$________

2．已知$A=(-1,2)$，$B=(1,3)$，则$A\cap B=$________

3．不等式$\frac{x-1}{x}<0$的解集为____________.

4．已知$\tan\alpha=3$，则$\tan\left(\alpha+\frac{\pi}{4}\right)=$__________.

5．已知方程组$\begin{cases}x+my=2\\mx+16y=8\end{cases}$有无穷解，则$m$的值为________

6．已知函数$f(x)=x^3$的反函数为$y=f^{-1}(x)$，则$f^{-1}(27)=$________

7．在$\left(x^3+\frac{1}{x}\right)^{12}$的展开式中，含$\frac{1}{x^4}$项的系数为________

8．在$\triangle ABC$中，$\angle A=\frac{\pi}{3}$，$AB=2$，$AC=3$，则$\triangle ABC$的外接圆半径为________

9．已知有1、2、3、4四个数字组成无重复数字，则比2134大的四位数的个数为________

10．在$\triangle ABC$中，$\angle C=\frac{\pi}{2}$，$AC=BC=2$，M为AC的中点，P在线段AB上，则$\overrightarrow{MP}\cdot\overrightarrow{CP}$的最小值为________

11．已知双曲线$\frac{x^2}{a^2}-y^2=1(a>0)$，双曲线上右支上有任意两点$P_1(x_1,y_1)$、$P_2(x_2,y_2)$，满足$x_1x_2-y_1y_2>0$恒成立，则$a$的取值范围是________

12．已知$f(x)$为奇函数，当$x\in(0,1]$时，$f(x)=\ln x$，且$f(x)$关于直线$x=1$对称，设$f(x)=x+1$的正数解依次为x_1、x_2、x_3、…、x_n、…，则$\lim\limits_{n\to\infty}(x_{n+1}-x_n)=$________

二、单选题

13．下列函数定义域为R的是（　　）

A．$y=x^{-\frac{1}{2}}$　　B．$y=x^{-1}$　　C．$y=x^{\frac{1}{3}}$　　D．$y=x^{\frac{1}{2}}$

14．已知$a>b>c>d$，下列选项中正确的是（　）

A．$a+d>b+c$　　B．$a+c>b+d$

C．$ad>bc$　　D．$ac>bd$

15．如图，上海海关大楼的上面可以看作一个正四棱柱，四个侧面有四个时钟，则相邻两个时钟的时针从0时转到12时（含0时不含12时）的过程中，能够相互垂直（　）次

A．0　　　　B．2　　　　C．4　　　　D．12

16．已知等比数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，前n项积为T_n，则下列选项判断正确的是（　　）

A．若$S_{2022}>S_{2021}$，则数列$\{a_n\}$是递增数列

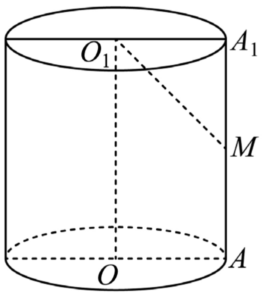
B．若$T_{2022}>T_{2021}$，则数列$\{a_n\}$是递增数列

C．若数列$\{S_n\}$是递增数列，则$a_{2022}\geq a_{2021}$

D．若数列$\{T_n\}$是递增数列，则$a_{2022}\geq a_{2021}$

三、解答题

17．如图，在圆柱OO_1中，底面半径为1，AA_1为圆柱OO_1的母线.



(1)若$AA_1=4$，M为AA_1的中点，求直线MO_1与底面的夹角大小；

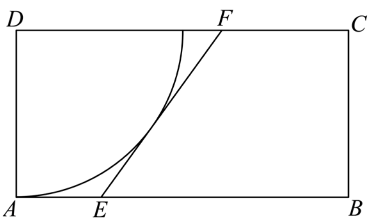
(2)若圆柱的轴截面为正方形，求该圆柱的侧面积和体积.

18．已知数列$\{a_n\}$，$a_2=1$，$\{a_n\}$的前n项和为S_n.

(1)若$\{a_n\}$为等比数列，$S_2=3$，求$\lim\limits_{n\to\infty}S_n$；

(2)若$\{a_n\}$为等差数列，公差为d，对任意$n\in N^*$，均满足$S_{2n}\geq n$，求d的取值范围.

19．如图，矩形$ABCD$区域内，D处有一棵古树，为保护古树，以D为圆心，DA为半径划定圆D作为保护区域，已知$AB=30\text{m}$，$AD=15\text{m}$，点E为AB上的动点，点F为CD上的动点，满足EF与圆D相切.



(1)若$\angle ADE=20^\circ$，求EF的长；

(2)当点E在AB的什么位置时，梯形$FEBC$的面积有最大值，最大面积为多少？

（长度精确到0.1m，面积精确到0.01m²）

20．在椭圆$\Gamma:\frac{x^2}{a^2}+y^2=1$中，直线$l:x=a$上有两点 C、D (C 点在第一象限)，左顶点为 A，下顶点为 B，右焦点为 F.

(1)若$\angle AFB=\frac{\pi}{6}$，求椭圆Γ的标准方程；

(2)若点 C 的纵坐标为 2，点 D 的纵坐标为 1，则 BC 与 AD 的交点是否在椭圆上？请说明理由；

(3)已知直线 BC 与椭圆Γ相交于点 P，直线 AD 与椭圆Γ相交于点 Q，若 P 与 Q 关于原点对称，求$|CD|$的最小值.

21．已知函数$f(x)$，甲变化：$f(x)-f(x-t)$；乙变化：$|f(x+t)-f(x)|$，$t>0$.

(1)若$t=1$，$f(x)=2^x$，$f(x)$经甲变化得到$g(x)$，求方程$g(x)=2$的解；

(2)若$f(x)=x^2$，$f(x)$经乙变化得到$h(x)$，求不等式$h(x)\le f(x)$的解集；

(3)若$f(x)$在$(-\infty,0)$上单调递增，将$f(x)$先进行甲变化得到$u(x)$，再将$u(x)$进行乙变化得到$h_1(x)$；将$f(x)$先进行乙变化得到$v(x)$，再将$v(x)$进行甲变化得到$h_2(x)$，若对任意$t>0$，总存在$h_1(x)=h_2(x)$成立，求证：$f(x)$在 R 上单调递增.

《2022 年上海春季高考练习数学试题》参考答案

题号	13	14	15	16						
答案	C	B	B	D						

1．$2-\mathrm{i}$

【分析】直接根据共轭复数的概念得答案.

【详解】$\because z=2+\mathrm{i}$

$\therefore \bar{z}=2-\mathrm{i}$

故答案为：$2-\mathrm{i}$.

2．$(1,2)$

【分析】根据集合交集的定义可得解.

【详解】由$A=(-1,2)$，$B=(1,3)$

根据集合交集的定义，$A\cap B=(1,2)$.

故答案为:$(1,2)$

3．$\{x|0<x<1\}$

【分析】根据分式的运算性质分类讨论求出不等式的解集.

【详解】$\frac{x-1}{x}<0\Rightarrow\begin{cases}x-1<0\\x>0\end{cases}$或$\begin{cases}x-1>0\\x<0\end{cases}$，解第一个不等式组，得$0<x<1$，第二个不等式组的解集为空集.

故答案为：$\{x|0<x<1\}$

【点睛】本题考查了分式不等式的解集，考查了数学运算能力，属于基础题.

4．-2

【分析】根据正切和角公式计算出答案.

【详解】由已知得$\tan\left(\alpha+\frac{\pi}{4}\right)=\frac{\tan\alpha+\tan\frac{\pi}{4}}{1-\tan\alpha\tan\frac{\pi}{4}}=\frac{3+1}{1-3}=\frac{4}{-2}=-2$.

故答案为：-2

5．4

【分析】依题意可得直线$x+my=2$与直线$mx+16y=8$重合，即可得到方程组，解得即可；

【详解】解：因为方程组$\begin{cases}x+my=2\\mx+16y=8\end{cases}$有无穷解，所以直线$x+my=2$与直线$mx+16y=8$重合，所以$1\times16=m^2$且$1\times8=2\times m$，解得$m=4$；

故答案为：4

6．3

【分析】求出函数$f(x)=x^3$的反函数的解析式，进而可求得结果.

【详解】由$y=x^3$可得$x=\sqrt[3]{y}$，故$f^{-1}(x)=\sqrt[3]{x}$，因此，$f^{-1}(27)=\sqrt[3]{27}=3$.

故答案为：3.

7．66

【分析】写出展开式的通项，令x的指数为-4，求出参数的值，代入通项后即可得解.

【详解】$\left(x^3+\frac{1}{x}\right)^{12}$展开式的通项为$T_{r+1}=\mathrm{C}_{12}^{r}\cdot(x^3)^{12-r}\cdot\left(\frac{1}{x}\right)^r=\mathrm{C}_{12}^{r}\cdot x^{36-4r}$，

令$36-4r=-4$，可得$r=10$，因此，展开式中含$\frac{1}{x^4}$项的系数为$\mathrm{C}_{12}^{10}=66$.

故答案为：66.

8．$\frac{\sqrt{21}}{3}$

【分析】运用正弦定理及余弦定理可得解.

【详解】根据余弦定理：

$BC^2=AB^2+AC^2-2AB\cdot AC\cos\angle BAC=4+9-2\times2\times3\times\frac{1}{2}=7$，

得$BC=\sqrt{7}$，

由正弦定理$\triangle ABC$的外接圆半径为$\frac{1}{2}\frac{\sqrt{7}}{\sin\frac{\pi}{3}}=\frac{\sqrt{21}}{3}$.

故答案为:$\frac{\sqrt{21}}{3}$.

9．17

【分析】先分类再分步，按千位为 3,4,2 分为三类，再逐次安排百位和十位，即可计算出满足条件的四位数个数.

【详解】千位为3和4时，组成的四位数都比 2134 大，有$2A_3^3=12$个，

千位为 2 时，百位为 3 或 4 的四位数都比 2134 大，有$2A_2^2=4$个，

千位为 2 时，百位为 1，只有 2143 比 2134 大，有 1 个，

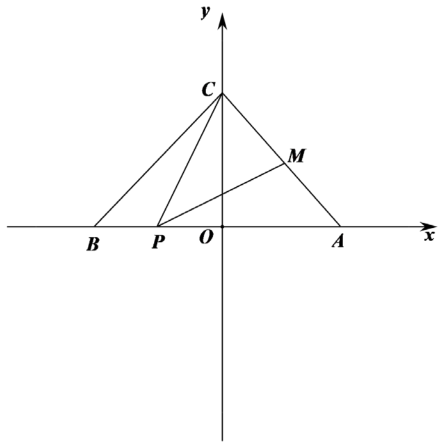
则组成的四位数比 2134 大的一共有 17 个.

故答案为：17.

10．$\frac{7}{8}$

【分析】以线段 AB 的中点为坐标原点，线段 AB 所在直线为x轴，线段 AB 的垂直平分线为y轴建立平面直角坐标系，直接利用数量积的坐标运算求最值即可.

【详解】如图：以线段 AB 的中点为坐标原点，线段 AB 所在直线为x轴，线段 AB 的垂直平分线为y轴建立平面直角坐标系，



则$M(\frac{\sqrt{2}}{2},\frac{\sqrt{2}}{2}),C(0,\sqrt{2})$，设$P(x,0)$，$-\sqrt{2}\le x\le\sqrt{2}$，

则$\overrightarrow{MP}\cdot\overrightarrow{CP}=(x-\frac{\sqrt{2}}{2},-\frac{\sqrt{2}}{2})\cdot(x,-\sqrt{2})=(x-\frac{\sqrt{2}}{2})x+1=x^2-\frac{\sqrt{2}}{2}x+1$，

当$x=\frac{\sqrt{2}}{4}$时，$(\overrightarrow{MP}\cdot\overrightarrow{CP})_{\min}=(\frac{\sqrt{2}}{4})^2-\frac{\sqrt{2}}{2}\times\frac{\sqrt{2}}{4}+1=\frac{7}{8}$

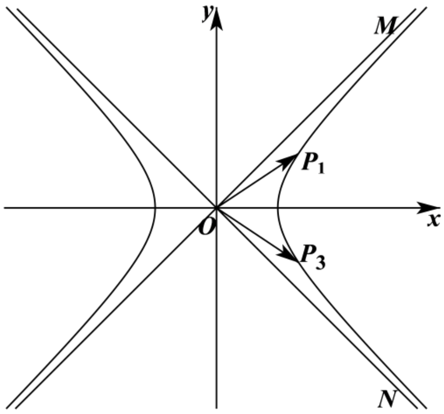
故答案为：$\frac{7}{8}$.

11．$a\ge 1$

【分析】设点$P_3(x_2,-y_2)$，可得出$\overrightarrow{OP_1}\cdot\overrightarrow{OP_3}>0$，分析得出$0<\frac{1}{a}\le 1$，即可解得$a$的取值范围.

【详解】设点$P_3(x_2,-y_2)$，则$\overrightarrow{OP_1}\cdot\overrightarrow{OP_3}=x_1x_2-y_1y_2>0$，则$\overrightarrow{OP_1}=\overrightarrow{OP_3}$或$\angle P_1OP_3$为锐角，

如下图所示：



设点M为双曲线的渐近线$y=\frac{1}{a}x$在第一象限内的一点，

设点N为双曲线的渐近线$y=-\frac{1}{a}x$在第四象限内的一点，

由题意可知，$0<\angle MON\le\frac{\pi}{2}$，则$0<\frac{1}{a}\le\tan\frac{\pi}{4}=1$，解得$a\ge 1$.

故答案为：$a\ge 1$.

12．2

【分析】根据题意可得函数$f(x)$是以 4 为周期的周期函数，作出函数$f(x)$的图像，结合图像可知$\lim\limits_{n\to\infty}(x_{n+1}-x_n)$的

几何意义为函数$f(x)$两条渐近线之间的距离，从而可得出答案.

【详解】解：因为$f(x)$为奇函数，所以$f(x)=-f(-x)$，且$f(0)=0$，

又$f(x)$关于直线$x=1$对称，所以$f(1+x)=f(1-x)$，

所以$f(2+x)=f(-x)=-f(x)$，

则$f(4+x)=-f(2+x)=f(x)$，

所以函数$f(x)$是以 4 为周期的周期函数，

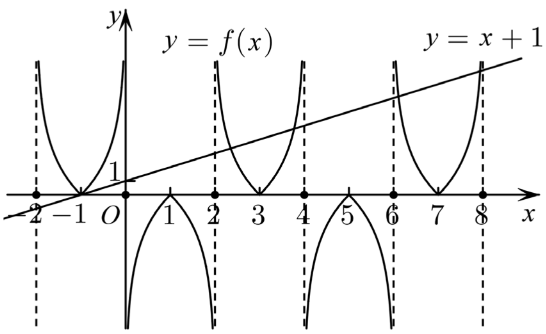
作出函数$y=f(x)$和$y=x+1$的图像如图所示：

由$f(x)=x+1$的正数解依次为x_1、x_2、x_3、…、x_n、…，

则$\lim\limits_{n\to\infty}(x_{n+1}-x_n)$的几何意义为函数$f(x)$两条渐近线之间的距离为 2，

所以$\lim\limits_{n\to\infty}(x_{n+1}-x_n)=2$.

故答案为：2.



13．C

【详解】化分数指数幂为根式，分别求出四个选项中函数的定义域得答案.

【解答】$y=x^{-\frac{1}{2}}=\frac{1}{\sqrt{x}}$，定义域为$\{x|x>0\}$，

$y=x^{-1}=\frac{1}{x}$，定义域为$\{x|x\neq 0\}$，

$y=x^{\frac{1}{3}}=\sqrt[3]{x}$，定义域为R，

$y=x^{\frac{1}{2}}=\sqrt{x}$，定义域为$\{x|x\geq 0\}$.

故选：C.

14．B

【分析】用不等式的基本性质得解.

【详解】$\because 3>2>1>0$，但$3+0=2+1$，$3\times 0<2\times 1$，A、C 错

$\because a>b>c>d$，$\therefore a>c,b>d$，所以$a+c>b+d$.B 正确.

$\because 30>2>-1>-2$，但$30\times(-1)<2\times(-2)$，D 错.

故选:B.

15．B

【分析】根据正四棱柱相邻侧面的线线关系即可判断.

【详解】当时针在 3 时或 9 时相互垂直，0 时或 6 时时针平行，其它时间时针所在直线异面但不垂直，所以能够垂直 2 次.

故选：B.

16．D

【分析】根据题意，结合等比数列的性质和特例，以及等比数列的单调性和前n项和公式，可判定 A、B、C 都不正确；由数列$\{T_n\}$是递增数列，得到$a_n>1$和$q\geq 1$，可判定 D 正确.

【详解】对于 A 中，如果数列$a_1=-1$，公比为-2，满足$S_{2022}>S_{2021}$，但是等比数列$\{a_n\}$不是递增数列，所以 A 不正确；

对于 B 中，如果数列$a_1=1$，公比为$-\frac{1}{2}$，满足$T_{2022}>T_{2021}$，但是等比数列$\{a_n\}$不是递增数列，所以 B 不正确；

对于 C 中，如果数列$a_1=1$，公比为$\frac{1}{2}$，可得$S_n=\frac{1-(\frac{1}{2})^n}{\frac{1}{2}}=2(1-\frac{1}{2^n})$，数列$\{S_n\}$是递增数列，但是$a_{2022}<a_{2021}$，所以 C 不正确；

对于 D 中，数列$\{T_n\}$是递增数列，可知$T_n>T_{n-1}$，可得$a_n>1$，所以$q\geq 1$，可得$a_{2022}\geq a_{2021}$正确，所以 D 正确；

故选：D.

17．(1)arctan2；

(2)侧面积4π，体积2π.

【分析】（1）分析可知直线MO_1与底面所成的角为$\angle MO_1A_1$，求出$\tan\angle MO_1A_1$，即可得解；

（2）求出圆柱的母线长，利用圆柱的侧面积公式和体积公式可求得结果.

【详解】（1）解：因为AA_1与圆柱OO_1的上底面垂直，则直线MO_1与底面所成的角为$\angle MO_1A_1$，

易知$AA_1\perp O_1A_1$，在$Rt\triangle MO_1A_1$中，$MA_1=\frac{1}{2}AA_1=2$，$O_1A_1=1$，

故$\tan\angle MO_1A_1=\frac{MA_1}{O_1A_1}=2$，故直线$MO_1$与底面的夹角大小为$\arctan 2$.

（2）解：若圆柱的轴截面为正方形，则$AA_1=2$，

故圆柱OO_1的侧面积为$2\pi\times 1\times 2=4\pi$，体积为$\pi\times 1^2\times 2=2\pi$.

18．(1)4；

(2)[0,1].

【分析】（1）求出等比数列$\{a_n\}$的公比，求出S_n，即可求得$\lim\limits_{n\to\infty}S_n$；

（2）分析可得$(2n-3)d\geq -1$，分$n=1$、$n\geq 2$两种情况讨论，结合数列的单调性可求得d的取值范围.

【详解】（1）解：$S_2=a_1+a_2=3$，则$a_1=2$，所以，等比数列$\{a_n\}$的公比为$q=\frac{a_2}{a_1}=\frac{1}{2}$,

$\therefore S_n=\frac{a_1(1-q^n)}{1-q}=4\left[1-\left(\frac{1}{2}\right)^n\right]$，因此，$\lim_{n\to\infty}S_n=\lim_{n\to\infty}\frac{a_1(1-q^n)}{1-q}=\lim_{n\to\infty}\left[4-4\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^n\right]=4.$

（2）解：由已知可得$S_{2n}=\frac{2n(a_1+a_{2n})}{2}=n(a_2+a_{2n-1})\geq n$，则$a_2+a_{2n-1}\geq 1$，

即$2a_2+(2n-3)d\geq 1$，可得$(2n-3)d\geq -1.$

当$n=1$时，可得$d\leq 1$；

当$n\geq 2$时，则$2n-3\geq 1$，所以，$d\geq\frac{1}{3-2n}$，

因为数列$\left\{\frac{1}{3-2n}\right\}(n\geq 2)$为单调递增数列，而$-1\leq\frac{1}{3-2n}<0$，故$d\geq 0.$

综上所述，$0\leq d\leq 1.$

19．(1)23.3m

(2)当$AE=8.7$时，梯形$FEBC$的面积有最大值,最大值为255.14

【分析】（1）设EF与圆D相切于对点H，连接DH，则$DH\perp EF$，$DH=AD=15$，在直角$\triangle HED$和直角$\triangle FHD$中分别求出EH,HF,从而得出答案.

（2）先求出梯形$AEFD$的面积的最小值，从而得出梯形$FEBC$的面积的最大值.

【详解】（1）设EF与圆D相切于对点H，连接DH，则$DH\perp EF$，$DH=AD=15$

则$AE=EH$，所以直角$\triangle ADE$与直角$\triangle HED$全等

所以$\angle ADE=\angle HDE=20°$

在直角$\triangle HED$中，$EH=DH\tan 20°=15\tan 20°$

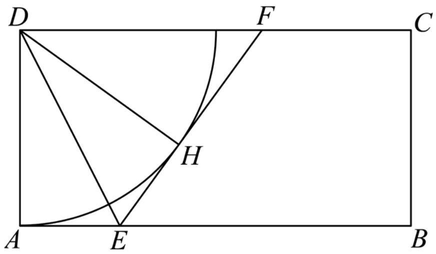
$\angle HDF=90°-2\angle ADE=50°$

在直角$\triangle FHD$中，$HF=AD\tan 50°=15\tan 50°$

$EF=EH+HF=15(\tan 20°+\tan 50°)=15\left(\frac{\sin 20°}{\cos 20°}+\frac{\sin 50°}{\cos 50°}\right)$

$=15\times\frac{\sin 20°\cos 50°+\cos 20°\sin 50°}{\cos 20°\cos 50°}=15\times\frac{\sin(20°+50°)°}{\cos 20°\cos 50°}$

$=15\times\frac{\sin 70°}{\cos 20°\cos 50°}=\frac{15}{\cos 50°}\approx 23.3$



（2）设$\angle ADE=\theta,\angle HDF=90°-2\theta$，则$AE=15\tan\theta$，

$FH=15\tan(90°-2\theta)$

$S_{\triangle EFD}=\frac{1}{2}\times EF\times DH=\frac{15}{2}[15\tan\theta+15\tan(90°-2\theta)]=\frac{15}{2}\left(15\tan\theta+\frac{15}{\tan 2\theta}\right)$

$S_{\triangle ADE}=\frac{1}{2}\times AD\times AE=\frac{15}{2}\times 15\tan\theta$

所以梯形$AEFD$的面积为$S=S_{\triangle ADE}+S_{\triangle DEF}=\frac{15}{2}\left(30\tan\theta+\frac{15}{\tan 2\theta}\right)=\frac{225}{2}\left(2\tan\theta+\frac{1-\tan^2\theta}{2\tan\theta}\right)$

$=\frac{225}{4}\left(3\tan\theta+\frac{1}{\tan\theta}\right)\geq\frac{225}{4}\times 2\sqrt{3\tan\theta\times\frac{1}{\tan\theta}}=\frac{225\sqrt{3}}{2}$

当且当$3\tan\theta=\frac{1}{\tan\theta}$，即$\tan\theta=\frac{\sqrt{3}}{3}$时取得等号，此时$AE=15\tan\theta=15\times\frac{\sqrt{3}}{3}=5\sqrt{3}\approx 8.7$

即当$\tan\theta=\frac{\sqrt{3}}{3}$时，梯形$AEFD$的面积取得最小值$\frac{225\sqrt{3}}{2}$

则此时梯形 $FEBC$ 的面积有最大值$15\times 30-\frac{225\sqrt{3}}{2}\approx 255.14$

所以当$AE=8.7$时，梯形 $FEBC$ 的面积有最大值,最大值为255.14

20．(1)$\frac{x^2}{4}+y^2=1$

(2)交点为$(\frac{3a}{5},\frac{4}{5})$，在椭圆上，理由见解析

(3)6

【分析】(1) 写出A,B,F三点的坐标，可将$\tan\angle AFB$用坐标表示出来，求出c的值，再结合已知条件，即可求出a^2，进而写出椭圆的标准方程；

(2) 根据条件，写出直线BC和AD的方程，求出交点坐标，再将其代入椭圆标准方程的左边，即可判断该点与椭圆的位置关系；

(3) 利用三角换元（或者椭圆的参数方程）的方法设出点P,Q的坐标，再结合点A,B的坐标，写出直线BP和AQ的方程，求出点C,D的坐标，表示出$|CD|$，再利用三角恒等变换以及同角三角函数关系化简$|CD|$，最后根据重要不等式计算出$|CD|$的最小值.

【详解】(1) 由题可得$A(-a,0)$，$B(0,-1),F(c,0)$，又$\angle AFB=\frac{\pi}{6}$,

所以$\tan\angle AFB=\frac{b}{c}=\frac{1}{c}=\tan\frac{\pi}{6}=\frac{\sqrt{3}}{3}$，解得$c=\sqrt{3}$，

所以$a^2=1+(\sqrt{3})^2=4$，

故椭圆Γ的标准方程为$\frac{x^2}{4}+y^2=1$；

(2) 由$B(0,-1),C(a,2)$，得直线BC的方程为：$y=\frac{3}{a}x+1$，

由$A(-a,0),D(a,1)$，得直线AD的方程为：$y=\frac{1}{2a}(x+a)$，

联立两方程，解得交点为$(\frac{3a}{5},\frac{4}{5})$，

代入椭圆方程的左边，得$\frac{(\frac{3a}{5})^2}{a^2}+(\frac{4}{5})^2=\frac{9}{25}+\frac{16}{25}=1$，

故直线BC与AD的交点在椭圆上；

（3）由题有$A(-a,0)$，$B(0,-1)$

因为P,Q两点在椭圆上，且关于原点对称，

则设$P(a\cos\theta,\sin\theta)$，$Q(-a\cos\theta,-\sin\theta)$，

直线BP: $y=\frac{\sin\theta+1}{a\cos\theta}x-1$，则$C(a,\frac{\sin\theta+1}{\cos\theta}-1)$，

直线AQ: $y=\frac{\sin\theta}{a\cos\theta-a}(x+a)$，则$D(a,\frac{2\sin\theta}{\cos\theta-1})$，

所以$|CD|=\left|\frac{\sin\theta+1}{\cos\theta}-1-\frac{2\sin\theta}{\cos\theta-1}\right|$

$$=\left|\frac{2\sin\frac{\theta}{2}\cos\frac{\theta}{2}+\sin^2\frac{\theta}{2}+\cos^2\frac{\theta}{2}}{\cos^2\frac{\theta}{2}-\sin^2\frac{\theta}{2}}-\frac{4\sin\frac{\theta}{2}\cos\frac{\theta}{2}}{-2\sin^2\frac{\theta}{2}}-1\right|$$

设$\tan\frac{\theta}{2}=t$，则$|CD|=\left|\frac{2t+t^2+1}{1-t^2}+\frac{2}{t}-1\right|=2\left|\frac{1}{1-t}+\frac{1}{t}-1\right|$，

因为$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{x+y}{xy}\geq\frac{x+y}{\left(\frac{x+y}{2}\right)^2}=\frac{4}{x+y}$，

所以$\frac{1}{1-t}+\frac{1}{t}-1\geq\frac{4}{1-t+t}-1=3$，则$|CD|\geq 6$，即$|CD|$的最小值为6.

【点睛】关键点点睛：第（3）小题中，以三角函数形式（参数方程）设点是解题的关键，进而利用三角恒等变换和同角三角函数关系（二次齐次分式化正余弦为正切）将$|CD|$化简，最终利用重要不等式求出其最小值.

21．(1)$x=2$；

(2)$(-\infty,(1-\sqrt{2})t]\cup[(1+\sqrt{2})t,+\infty)$；

(3)证明见解析.

【分析】(1）由题设可得$g(x)=2^{x-1}=2$，求解即可.

（2）由题设有$t|2x+t|\leq x^2$，讨论$x<-\frac{t}{2}$、$x\geq-\frac{t}{2}$分别求解即可.

（3)将题设化为对于任意$t>0$存在$|[f(x+t)-f(x)]-[f(x)-f(x-t)]|=|f(x+t)-f(x)|-|f(x)-f(x-t)|$，即可证结论.

【详解】(1）由题设，甲变化为$f(x)-f(x-1)$，则$g(x)=2^x-2^{x-1}=2^{x-1}$，

$\therefore g(x)=2^{x-1}=2$，解得$x=2$.

（2）由题设，$h(x)=|(x+t)^2-x^2|=t|2x+t|$，又$h(x)\leq f(x)$，

$\therefore t|2x+t|\leq x^2$，

当$2x+t<0$，即$x<-\frac{t}{2}$时，则$x^2+2tx+t^2=(x+t)^2\geq 0$，恒成立；

当$2x+t\geq 0$，即$x\geq-\frac{t}{2}$时，则$x^2-2tx+t^2=(x-t)^2\geq 2t^2$，解得：$x\leq(1-\sqrt{2})t$或$x\geq(1+\sqrt{2})t$.

综上，不等式解集为$(-\infty,(1-\sqrt{2})t]\cup[(1+\sqrt{2})t,+\infty)$.

（3）由题设，$u(x)=f(x)-f(x-t)$，则$h_1(x)=|u(x+t)-u(x)|=|f(x+t)-2f(x)+f(x-t)|$，

$v(x)=|f(x+t)-f(x)|$，则$h_2(x)=v(x)-v(x-t)=|f(x+t)-f(x)|-|f(x)-f(x-t)|$，

∵当$h_1(x)=h_2(x)$成立，$f(x)$在$(-\infty,0)$上单调递增，

∴$|[f(x+t)-f(x)]-[f(x)-f(x-t)]|=|f(x+t)-f(x)|-|f(x)-f(x-t)|$，

∴对于任意$t>0$总存在$\begin{cases} f(x+t)-f(x)>f(x)-f(x-t) \\ f(x+t)>f(x)>f(x-t) \end{cases}$成立，

∴$f(x)$在 R 上单调递增，得证.

【点睛】关键点点睛：第三问，利用绝对值的几何意义及区间单调性，结合任意$t>0$存在$h_1(x)=h_2(x)$，判断函数在实数域上单调性.