1957年全国高等学校数学试题解答（财经类）

1.解方程：$Lgx^2 + Lgx = 6$

解：$Lgx^3 = 6 \quad x^3 = 10^6 \therefore \quad x = 10^2$

2.求能被P整除的所有三位数的和。

解：设能被P整除的最大的三位数为m （这是可以找到的）

设能被P整除的三位数的个数为$n = \left[\frac{999}{P}\right] - \left[\frac{99}{P}\right]$〔* 〕要求能被P整除的三位数的和，这个问题已变成已知首项m，公差为ρ，求等差列前n项和的问题了。

$$\therefore S = nm + \frac{n(n-1)P}{2}$$

〔* 〕符号〔×〕表示×的整数部分。

3.$x^n + a^n$，n为奇数时，被$x + a$整除，n为偶数时不能被$x + a$整除，试证之。

证明：n为奇数时，设$n = 2k_1 + 1$，$\because f(x) = x^n + a^n$用余数定理得：

$f(-a) = (-a)^n + a^n = (-a)^{2k_1+1} + a^{2k_1+1} = 0 \therefore x^n + a^n$能被$x + a$整除。

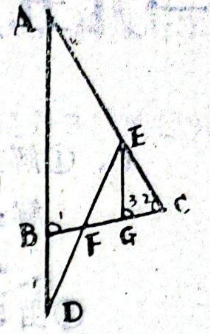
n为偶数时，设$n = 2k_2 \quad \therefore f(-a) = (-a)^{2k_2} + a^{2k_2} = 2a^{2k_2} \neq 0 \quad (a \neq 0)$

$\therefore x^n + a^n$不能被$x + a$整除。

4.求$\mathrm{Sin}(\mathrm{Sin}^{-1} x + \mathrm{Sin}^{-1} y)$的结果。

解：$\because -\frac{\pi}{2}\leq \mathrm{Sin}^{-1}x\leq\frac{\pi}{2}$　$\therefore \mathrm{COS}(\mathrm{Sin}^{-1}x)\geq 0$

$-\frac{\pi}{2}\leq \mathrm{Sin}^{-1}y\leq\frac{\pi}{2}$　$\mathrm{COS}(\mathrm{Sin}^{-1}y)\geq 0$



$\therefore \mathrm{Sin}(\mathrm{Sin}^{-1}x+\mathrm{Sin}^{-1}y)=\mathrm{Sin}(\mathrm{Sin}^{-1}x)\mathrm{COS}(\mathrm{Sin}^{-1}y)$

$+\mathrm{COS}(\mathrm{Sin}^{-1}x)\mathrm{Sin}(\mathrm{Sin}^{-1}y)=x\sqrt{1-y^2}+y\sqrt{1-x^2}$

5、已知△ABC中，AB＝AC，BD＝EC联DE交BC于F，求证DF＝EF

证明：作EG//AB交BC于G

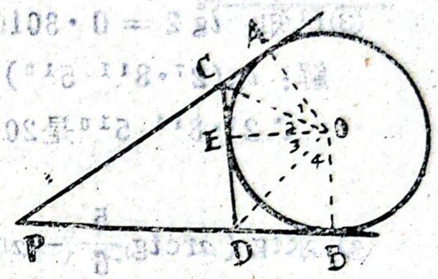
易见∠1＝∠2，∠1＝∠3

∴∠2＝∠3∴EG＝CE＝BD

可证：△BDF≅△GEF(a,S,a)∴DF＝EF

6、已知PA、PB、DC皆为⊙O之切线，∠APB＝40°

A、E、B为切点。求∠COD



解：连OA、OB、OE

∵A、P、B、O共园

∴∠AOB＝180°－40°＝140°

∵CD，CA与⊙0相切∴∠1＝∠2

同理∠3＝∠4

$\therefore \angle COD=\frac{1}{2}(\angle 1+\angle 2+\angle 3+\angle 4)=70°$

7、解方程：$4^{x+1}+16^x-96=0$

解：$(4^x)^2+4(4^x)-96=0$

$\therefore 4^x=-2\pm 10$，　$\because 4^x>0$　　$\therefore 4^x=8$

$\therefore\ x=\frac{3}{2}$

8、三角形三边为a、b、c，SinA＝2SinBCOSC，试证此三角形为等腰三角形。

证明一：　∵SinA＝Sin(B＋C)＝SinBCOSC＋COSBSinC

∴COSB·SinC＝SinB·COSC

∴Sin(B－C)＝0　　∴B＝C

∴△ABC为等腰三角形。

证明二：∵2SinB·COSC＝SiB(B＋C)＋Sin(B－C)

又 Sin(B＋C)＝SinA＝2SinB·COSC

∴Sin(B－C)＝0　　∴B＝C

∴△ABC为等腰三角形。