1958年江苏省高等学校数学试题解答

1.（1）$L_g(X+7)-L_g(X+1)=L_g(X+3)$

解：$(X+7)=(X+1)(X+3)$　$X^2+3X-4=0$　$X_1=1$

$X_2=-4$（不合题意舍去　∴$X=1$是方程的解。

（2）$\sin 10^X=\frac{1}{2}$　求X

解：$10^X=\frac{\pi}{6}+2K\pi$，$X=L_g\left(\frac{\pi}{6}+2K\pi\right)$

（K＝0、1、2……）

$10^X=\frac{5\pi}{6}+2K\pi$　　$X=L_g\left(\frac{5\pi}{6}+2K\pi\right)$

（3）$t_g\frac{\theta}{2}=t$　　求证$t_g\theta=\frac{2t}{1-t^2}$　　$\sin\theta=\frac{2t}{1+t^2}$　　$\cos\theta=\frac{1-t^2}{1+t^2}$

证明：$t_g\theta=\dfrac{2t_g\frac{\theta}{2}}{1-t_g{}^2\frac{\theta}{2}}=\dfrac{2t}{1-t^2}$

$$\sin\theta=2\sin\frac{\theta}{2}\cdot\cos\frac{\theta}{2}=2t_g\frac{\theta}{2}\cdot\cos^2\frac{\theta}{2}$$

$$=\frac{2t_g\frac{\theta}{2}}{1+t_g{}^2\frac{\theta}{2}}=\frac{2t}{1+t^2},\qquad \cos\theta=\frac{\sin\theta}{t_g\theta}=\frac{1-t^2}{1+t^2}$$

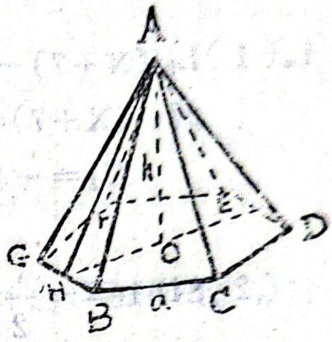
2.解方程$\sin X+\sqrt{3}\cos X=2$

解：$2\left(\sin X\cdot\cos\frac{\pi}{3}+\sin\frac{\pi}{3}\cdot\cos x\right)=2$

$\sin\left(X+\frac{\pi}{3}\right)=1$　　$X+\frac{\pi}{3}=\frac{\pi}{2}+2K\pi$

$\therefore\quad X=\frac{\pi}{6}+2K\pi$（K＝0　±1　±2……）为原方程的解。

3.已知正六棱锥底边长为a，高为h，求侧面积。



解：$AB=\sqrt{h^2+a^2}$

$$AH=\sqrt{h^2+a^2-\frac{a^2}{4}}=\sqrt{h^2+\frac{3}{4}a^2}$$

$$S\Delta ABC=\frac{a}{2}\sqrt{h^2+\frac{3}{4}a^2}$$

故侧面积$S=6\cdot S\Delta ABC=3a\sqrt{h^2+\frac{3}{4}a^2}$

4.已知长方体三度的和$a+b+c=13$，对角线为$\sqrt{65}$，求全面积。

解：$a^2+b^2+c^2=65$　$a+b+c=13$　∴长方体的全面积为：

$2(ab+bc+ac)=(a+b+c)^2-(a^2+b^2+c^2)=169-65=104$

5.已知：AB为直径，DC为弦，ABCD内接于⊙O

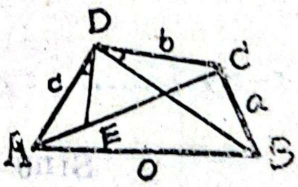
求证：1）$AC\cdot DB=AB\cdot DC+AD\cdot CB$

2）AB为方程$X^3-(a^2b^2+c^2)X-2abc=0$的根。

证明：1）作$\angle ADE=\angle BDC$

$\triangle ADE\sim\triangle BDC$　$\therefore AD\cdot CB=AE\cdot BD$

$\triangle CDE\sim\triangle BDA$　$\therefore AB\cdot DC=EC\cdot BD$



相加得：$AB\cdot DC+AD\cdot CB=(AE+EC)BD$

$=AC\cdot DB$

2）由（1）知AB是直径

$AB\cdot b+c\cdot a=\sqrt{AB^2-a^2}\cdot\sqrt{AB^2-c^2}$

$AB^2\cdot b^2+c^2\cdot a^2+2AB\cdot abc=(AB^2-a^2)(AB^2-c^2)$

$AB^3-(a^2+b^2+c^2)AB-2abc=0$

$\therefore$　AB是$X^3-(a^2+b^2+c^2)X-2abc=0$的根。