

理科数学

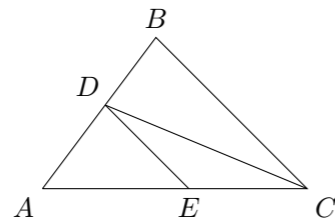
1. (1) 化简: $\left(\frac{a}{a+b} - \frac{a^2}{a^2+2ab+b^2}\right) \div \left(\frac{a}{a+b} - \frac{a^2}{a^2-b^2}\right)$.

(2) 计算: $\frac{1}{2} \lg 25 + \lg 2 - \lg \sqrt{0.1} - \log_2 9 \times \log_3 2$.

(3) $\sqrt{-1} = i$, 验算 i 是否方程 $2x^4 + 3x^3 - 3x^2 + 3x - 5 = 0$ 的解.

(4) 求证: $\frac{\sin\left(\frac{\pi}{4} + \theta\right)}{\sin\left(\frac{\pi}{4} - \theta\right)} + \frac{\cos\left(\frac{\pi}{4} + \theta\right)}{\cos\left(\frac{\pi}{4} - \theta\right)} = \frac{2}{\cos 2\theta}$.

2. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C$ 的平分线交 AB 于 D , 过 D 作 BC 的平行线交 AC 于 E , 已知 $BC = a$, $AC = b$, 求 DE 的长.



3. 已知圆 A 的直径为 $2\sqrt{3}$, 圆 B 的直径为 $4 - 2\sqrt{3}$, 圆 C 的直径为 2 , 圆 A 与圆 B 外切, 圆 A 又与圆 C 外切, $\angle A = 60^\circ$, 求 BC 及 $\angle C$.

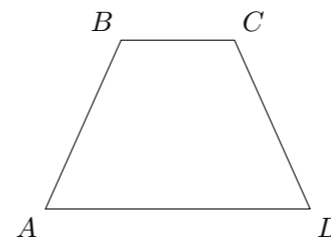
4. 正六棱锥 $V - ABCDEF$ 的高为 2 cm , 底面边长为 2 cm .

- (1) 按 $1:1$ 画出它的二视图;
- (2) 求其侧面积;
- (3) 求它的侧棱和底面的夹角.

5. 解不等式: $\begin{cases} 16 - x^2 \geq 0 \\ x^2 - x - 6 > 0 \end{cases}$, 并在数轴上把它的解表示出来.

6. 已知两定点 $A(-4, 0)$ 、 $B(4, 0)$, 一动点 $P(x, y)$ 与两定点 A 、 B 的连线 PA 、 PB 的斜率的乘积为 $-\frac{1}{4}$. 求点 P 的轨迹方程, 并把它化为标准方程, 指出是什么曲线.

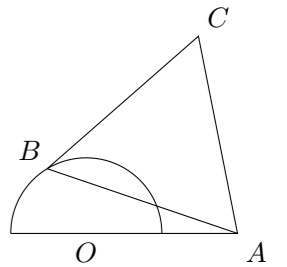
7. 等腰梯形的周长为 60 , 底角为 60° , 问这梯形各边长为多少时, 面积最大?



8. 当 k 为何值时, 方程组 $\begin{cases} x - \sqrt{y-2} = 0 & (1) \\ kx - y - 2k - 10 = 0 & (2) \end{cases}$ 有两组相同的解? 并求出它的解.

附加题

9. 如图所示, 半圆 O 的直径为 2 , A 为半圆直径的延长线上的一点, 且 $OA = 2$, B 为半圆上任一点, 以 AB 为边作等边 $\triangle ABC$, 问 B 在什么地方时, 四边形 $OACB$ 的面积最大? 并求出这个面积的最大值.



10. 已知曲线 $y = x^2 - 2x + 3$ 与直线 $y = x + 3$ 相交于点 $P(0, 3)$ 、 $Q(3, 6)$ 两点.
 (1) 分别求出曲线在交点的切线的斜率;
 (2) 求出曲线与直线所围成的图形的面积.