

内 蒙 古(文科)

1、(42分)

(1) 计算 $\sin(-990^\circ)$

(2) 化简 $\sqrt{4-12a+9a^2}$

(3) 计算
$$\frac{(-27)^3 \sqrt{\left(-\frac{1}{16}\right)^{-\frac{1}{2}}}}{(-9)^0 \left(\frac{3}{2}\right)^7 \left(\frac{1}{2}\right)^{-5}}$$

(4) 已知 $\lg 2 = 0.3010$, $f(x) = \log_{\sqrt{10}} x$ 求: $f(5)$

(5) 求函数 $y = \frac{\sqrt{1 - \frac{2}{3}x}}{\sqrt[3]{3x - 1}}$ 的定义域

(6) 已知: $\sin \theta = 0.6$, 求 $\left(\sin \frac{\theta}{2} - \cos \frac{\theta}{2}\right)^2$ 的值

2、(20分)

(1) 已知: 梯形 ABCD, $AD \parallel BC$, 对角线 AC 和 BD 相交于 E, 过 E 作平行于底的直线, 交 AB 于 M, 交 CD 于 N, 求证: $ME = EN$.

(2) 园台上底直径为 12cm, 下底直径为 24cm, 高为 8cm, 求园台的体积和全面积。 ($\pi = 3.14$, 结果精确到 0.1cm^3 或 0.1cm^2)

3、(18分) 已知: 直线 $3x + y = 5$ 及 $-2x - 3y + 4 = 0$ 交于 A 点。

求: (1) 过 A 点且与 y 轴垂直的直线方程;

(2) 过 A 点且与直线 $2x + y + 1 = 0$ 平行的直线方程;

(3) 过 A 点且与直线 $2x + y + 1 = 0$ 垂直的直线方程。

4、(20分) 红旗拖拉机厂今年元月份生产出一批甲乙两种型号的拖拉机, 其中生产乙型 16 台。从二月份起, 甲型每月增产 10 台, 而乙型按每月相同增长率逐月递增, 又知二月份甲、乙两型拖拉机产量之比是 3 : 2, 三月份甲、乙两型产量之和是 65 台, 求乙型拖拉机每月的增长率及甲型拖拉机元月份的产量。

解答:

1、解: (1) $\sin(-990^\circ) = -\sin 990^\circ = -\sin(720^\circ + 270^\circ) = -\sin 270^\circ = 1.$

(2) $\sqrt{4-12a+9a^2} = \sqrt{(2-3a)^2} = |2-3a|$

当 $a < \frac{2}{3}$, $\sqrt{4-12a+9a^2} = 2-3a$;

当 $a = \frac{2}{3}$, $\sqrt{4-12a+9a^2} = 0$;

当 $a > \frac{2}{3}$, $\sqrt{4-12a+9a^2} = -(2-3a) = 3a-2$.

$$(3) \frac{(-27)^3 \sqrt{\left(\frac{1}{16}\right)^{-\frac{1}{2}}}}{(-9)^6 \left(\frac{3}{2}\right)^7 \left(\frac{1}{2}\right)^{-5}} = \frac{(-3)^9 \sqrt{4}}{3^7 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{7-5}} = -3^2 \cdot 2^3 = -72.$$

$$(4) \text{ 由换底公式知: } f(5) = \log_{\sqrt{10}} 5 = \frac{\lg 5}{\lg \sqrt{10}} = \frac{\lg 5}{\frac{1}{2} \lg 10} = 2(\lg 10 - \lg 2) \\ = 2(1 - 0.3010) \\ = 1.398.$$

$$\therefore f(5) = 1.398$$

(5) 当 $1 - \frac{2}{3}x \geq 0$ 且 $3x - 1 \neq 0$ 时, 给出的函数才有定义。

$$\therefore y = \frac{\sqrt{1 - \frac{2}{3}x}}{\sqrt[3]{3x-1}} \text{ 的定义域为 } x < \frac{1}{3} \text{ 及 } \frac{1}{3} < x \leq \frac{3}{2}.$$

$$(6) \left(\sin \frac{\theta}{2} - \cos \frac{\theta}{2}\right)^2 = \sin^2 \frac{\theta}{2} + \cos^2 \frac{\theta}{2} - 2\sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} \\ = 1 - \sin \theta = 1 - 0.6 = 0.4.$$

2. (1) 证: $\because MN \parallel BC \parallel AD$,

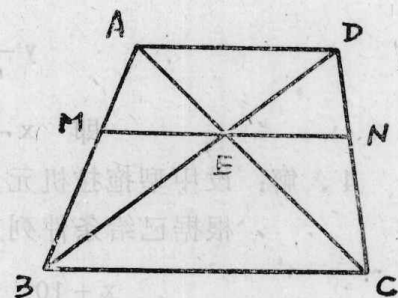
$$\therefore \frac{AM}{MB} = \frac{DN}{NC}, \text{ 由合比定理有:}$$

$$\frac{AM+MB}{MB} = \frac{DN+NC}{NC}, \text{ 即 } \frac{AB}{MB} = \frac{DC}{NC}$$

$$\because \triangle BEM \sim \triangle BDA, \triangle CNE \sim \triangle CDA,$$

$$\therefore \frac{AD}{ME} = \frac{AB}{MB}, \quad \frac{AD}{EN} = \frac{DC}{NC} \quad \text{但 } \frac{AB}{MB} = \frac{DC}{NC},$$

$$\text{则 } \frac{AD}{ME} = \frac{AD}{EN}, \therefore ME = EN.$$



(2) 解: 园台的上底半径 $R_1 = \frac{12}{2} \text{cm} = 6 \text{cm}$,

下底半径 $R_2 = \frac{24}{2} \text{cm} = 12 \text{cm}$,

高 $H = 8 \text{cm}$,

母线长 $L = \sqrt{H^2 + (R_2 - R_1)^2} = \sqrt{64 + 36} = 10$,

于是园台的体积 $= \frac{1}{3} \pi H (R_1^2 + R_2^2 + R_1 R_2)$

$= \frac{8\pi}{3} \cdot (36 + 144 + 72)$

$\approx 2110 (\text{cm}^3)$

园台的全面积 $= \pi (R_1^2 + R_2^2 + L(R_1 + R_2))$

$= \pi (36 + 144 + 180)$

$\approx 113 (\text{cm}^2)$

3、解 (1) 解方程组 $\begin{cases} 3x + y = 5 \\ 2x - 3y + 4 = 0 \end{cases}$ 可得A点的坐标为(1, 2),

过A点且与y轴垂直的直线方程为 $y = 2$.

(2) 直线 $2x + y + 1 = 0$ 的斜率为 -2 ,

\therefore 过A点与上直线平行的直线的斜率也为 -2 , 故其方程为

$y - 2 = -2(x - 1)$,

即: $2x + y - 4 = 0$.

(3) 过A点与 $2x + y + 1 = 0$ 垂直的直线的斜率与已知直线的斜率互为负倒数, 故所求的直线方程为

$y - 2 = \frac{1}{2}(x - 1)$,

即 $x - 2y + 3 = 0$.

4、解: 设甲型拖拉机元月份产量为 x , 乙型拖拉机每月增长率为 y . 根据已给条件列方程于下:

$\begin{cases} \frac{x+10}{16(1+y)} = \frac{3}{2} \dots\dots\dots (1) \end{cases}$

$\begin{cases} 16(1+y)^2 + (x+20) = 65 \dots\dots\dots (2) \end{cases}$

由 (1) $x = \frac{3}{2} \cdot 16(1+y) - 10 = 24(1+y) - 10$, 代入 (2) 得

$$16(1+y)^2 + 24(1+y) - 10 + 20 = 65$$

$$\text{即 } 16(1+y)^2 + 24(1+y) - 55 = 0$$

$$\text{分解因式 } [4(1+y) + 11][4(1+y) - 5] = 0$$

$$4(1+y) + 11 = 0, \quad y = -\frac{11}{4} - 1 \quad \text{不合题意, 舍去;}$$

$$4(1+y) - 5 = 0, \quad y = \frac{5}{4} - 1 = 0.25 = 25\%.$$

$$x = 24(1 + 25\%) - 10 = 20.$$

故甲型拖拉机元月份产20台, 乙型拖拉机每月增长率为25%.