

广西壮族自治区（文科）

一、（每小题6分，本题满分30分）

1. 计算 $5\frac{3}{4} - 2 \left[\left(\frac{1}{2}\right)^2 - 3 \times \frac{3}{4} \right] \div \frac{2}{5}$

解 原式 $= 5\frac{3}{4} - 2 \left[\frac{1}{4} - 2\frac{1}{4} \right] \times \frac{5}{2}$

$$= 5\frac{3}{4} - 2 \times (-2) \times \frac{5}{2}$$

$$= 5\frac{3}{4} + 10$$

$$= 15\frac{3}{4}$$

2. 分解 $x^3 - 5x^2 + 4x$ 的因式

解 原式 $= x(x^2 - 5x + 4)$

$$= x(x-4)(x-1)$$

3. 化简 $\frac{1}{\sin^2 \alpha} - \operatorname{ctg}^2 \alpha$

解 原式 $= \frac{1}{\sin^2 \alpha} - \frac{\cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha} = \frac{1 - \cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha} = \frac{\sin^2 \alpha}{\sin^2 \alpha} = 1$

4. 计算 $\operatorname{ctg} 135^\circ + \cos(-60^\circ) - \operatorname{tg}^2 60^\circ + \sin 30^\circ$

解 原式 $= -\operatorname{ctg} 45^\circ + \cos 60^\circ - \operatorname{tg}^2 60^\circ + \sin 30^\circ$

$$= -1 + \frac{1}{2} - (\sqrt{3})^2 + \frac{1}{2}$$

$$= -3$$

5. 不查表求 $\lg \frac{3}{7} + \lg 70 - \lg 3$ 的值.

解 原式 $= \lg 3 - \lg 7 + \lg 7 + \lg 10 - \lg 3$

$$= \lg 10$$

$$= 1$$

二、 P 是圆外一点，过 P 作两条直线，一条交圆于 C 、 A 两点，一条交圆于 D 、 B 两点，

求证 $PA \cdot PC = PB \cdot PD$ (16分)

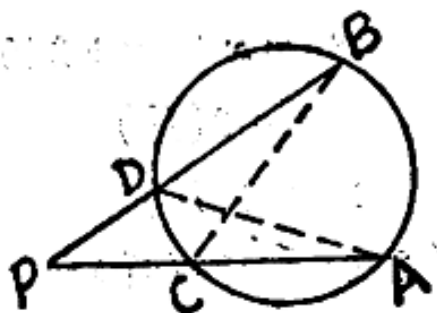
证明 $\because \angle B = \angle A$ (同弧上的圆周角相等)

$\angle P$ 是公用角.

$$\therefore \triangle PDA \sim \triangle PCB$$

$$\frac{PA}{PB} = \frac{PD}{PC}$$

$$\therefore PA \cdot PC = PB \cdot PD.$$



三、 m 是什么值的时候, 方程 $3x^2 - (4m-1)x + m^2 + \frac{3}{4} = 0$

有相等的两个实数根. (17分)

$$\text{解 } \Delta = \left[-(4m-1) \right]^2 - 4 \times 3 \left(m^2 + \frac{3}{4} \right)$$

$$= 16m^2 - 8m + 1 - 12m^2 - 9$$

$$= 4m^2 - 8m - 8$$

当 $4m^2 - 8m - 8 = 0$ 即 $m^2 - 2m - 2 = 0$ 时, 方程有两个相等的实数根.

解 $m^2 - 2m - 2 = 0$ 得:

$$m = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4 \times 1 \times (-2)}}{2} = 1 \pm \sqrt{3}$$

答: 当 $m = 1 \pm \sqrt{3}$ 时, 方程 $3x^2 - (4m-1)x + m^2 + \frac{3}{4} = 0$

有相等的两个实数根.

四、波尔多液由胆矾、生石灰和水配制成, 已知胆矾和生石灰的重量比是 $1:2$, 生石灰和水的重量比是 $1:120$, 问配制 486 斤波尔多液需胆矾、生石灰和水各多少斤? (15分)

解法 1. 设需胆矾 x 斤, 则生石灰为 $2x$ 斤, 水为 $240x$ 斤,

依题意得.

$$486 = x + 2x + 240x$$

$$x = 2(\text{斤})$$

$$2x = 4(\text{斤})$$

$$240x = 480(\text{斤})$$

答: 需胆矾2斤, 生石灰4斤, 水480斤。

解法2. 由胆矾与生石灰的重量比是1:2, 生石灰与水的重量比是1:120, 得胆矾、生石灰和水的连比是1:2:240.

则每份的重量是:

$$486 \div (1 + 2 + 240) = 486 \div 243 = 2(\text{斤}).$$

$$\text{胆矾的重量是 } 2\text{斤} \times 1 = 2\text{斤}$$

$$\text{生石灰的重量是 } 2\text{斤} \times 2 = 4\text{斤}$$

$$\text{水的重量是 } 2\text{斤} \times 240 = 480\text{斤}$$

答: 需胆矾2斤, 生石灰4斤, 水480斤。

五、已知桥的一孔为抛物线型(如图), 跨度 $AB = 12$ 米, 桥孔高 $PO = 4$ 米, 建桥时每隔2米一个撑梁, 求撑梁 C_1D_1 , C_2D_2 , C_3D_3 , C_4D_4 各应取多长? (22分)

解 以抛物线顶点为坐标原点, 对称轴为 y 轴建立直角坐标系(如右图)

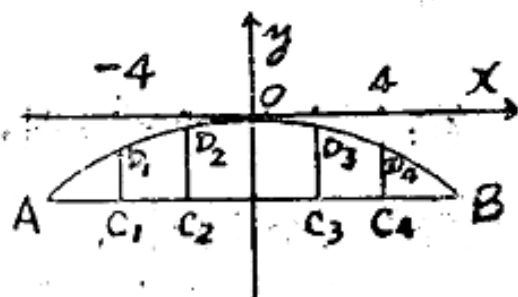
则抛物线方程为:

$$x^2 = -2Py$$

$$\because B\text{点的坐标是: } (6, -4)$$

$$\therefore 6^2 = -2P(-4)$$

$$P = \frac{9}{2}$$



∴ 抛物线的方程为 $x^2 = -9y$

因此得 D_3 的坐标为: $(2, -\frac{4}{9})$

D_4 的坐标为: $(4, -\frac{16}{9})$

$$|C_3D_3| = 4 - \frac{4}{9} = \frac{32}{9} = 3\frac{5}{9} \text{ (米)}$$

$$|C_4D_4| = 4 - \frac{16}{9} = \frac{20}{9} = 2\frac{2}{9} \text{ (米)}$$

由抛物线的对称性, 还有

$$|C_1D_1| = 2\frac{2}{9} \text{ (米)} \quad |C_2D_2| = 3\frac{5}{9} \text{ (米)}$$

答: 撑梁 C_1D_1 , C_4D_4 长是 $2\frac{2}{9}$ 米, C_2D_2 , C_3D_3 长是

$3\frac{5}{9}$ 米 .