广西1977年高考数学试题解

（理　科）

一、（每小题5分，本题25分）

1．x为何值时，$\frac{|x|}{x}$的值是？是－1？没有意义？

解：当x＞0时，$\frac{|x|}{x}=1$；当x＜0时$\frac{|x|}{x}=-1$，当x＝0时，$\frac{|x|}{x}$无意义.

2．不查表求：$Lg2-2Lg4+Lg5+Lg16$的值.

解：原式$=Lg2-4Lg2+Lg10-Lg2+4Lg2=1$.

3．计算：$ctg(-60°)\sin240°-2\cos(-60°)+tg^2150°$

解：原式$=-ctg60°\sin(180°+60°)-2\cos(60°)+tg^2(180°-30°)$

$$=ctg60°\sin60°-2\cos60°+(-tg30°)^2$$

$$=\frac{\sqrt{3}}{3}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}-2\cdot\frac{1}{2}+\left(-\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2$$

$$=\frac{1}{2}-1+\frac{1}{3}=-\frac{1}{6}$$

4．计算：$(-1\frac{1}{2})^2+81^{\frac{3}{4}}-(-1)^0\div0.2+(-2)^{-3}$

解：原式$=\frac{9}{4}+(3^4)^{\frac{3}{4}}-1\div\frac{1}{5}+\frac{1}{(-2)^3}=\frac{9}{4}+27-5-\frac{1}{8}=24\frac{1}{8}$

5．求A(7,5)和B(1,-3)两点间的距离

解：$|AB|=\sqrt{(7-1)^2+(5+3)^2}=10$.

二、红旗机械厂生产360台车床，原计划若干天完成，在党的十一大精神舞午下，实际每天比原计划多生产12台，结果提前8天完成任务。问实际每天生产多少台车床？（20分）

解：设实际每天生产x台车床，则原计划每天生产（$x-12$）台车床，按原计划完成360台车床需$\frac{360}{x-12}$天，实际完成360台车床用了$\frac{360}{x}$天.

依题意，得 $\frac{360}{x-12}-\frac{360}{x}=8$

去分母

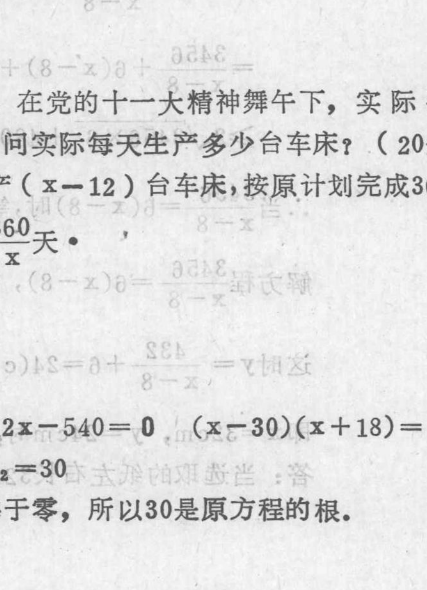
$$8x^2-96x-360\times12=0 \quad x^2-12x-540=0 \quad (x-30)(x+18)=0$$

$\therefore x_1=-18$(不合题意，舍去)　　$x_2=30$

把$x=30$代入分母$x(x-12)$，所得的值不等于零，所以30是原方程的根.

答：实际每天生产30台车床.

三、在四边形ABCD中，E、F分别是对角线AC、BD的中点，M、N分别是AB、CD的中点，求证EF与MN互相平分.（17分）



证明：连接EM、EN、FM、FN.在△ACD中

∵E、N分别是AC、CD的中点，

$\therefore EN \mathrel{\underline{\parallel}} \frac{1}{2}AD$.

在△ABD中，

$\because$ M、F分别是AB和BD的中点，

$\therefore MF \overset{\parallel}{=} \frac{1}{2}AD$.

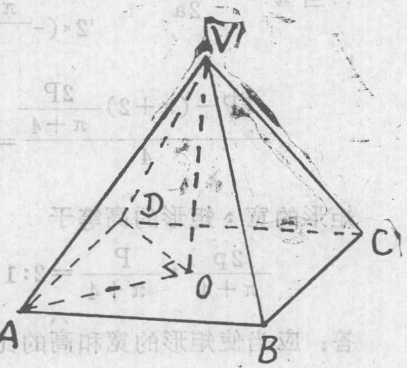
$\therefore MF \overset{\parallel}{=} EN$.

故四边形MFNE为平行四边形

又因MN、EF是它的对角线，

$\therefore$ MN与EF互相平分

四、已知正四棱锥底面边长为6厘米，侧棱是高的2倍。求这棱锥的体积。（精确到0.1立方厘米）·（18分）



解：连接DO、AO。

因为V-ABCD是正四棱锥，所以高的垂足在正方形ABCD对角线的交点上。

$\angle DOA = 90°$，　　$AO = DO$.

由勾股定理

$AO^2 + DO^2 = AD^2$

$2AO^2 = 6^2$，　　$AO^2 = 18$

由已知　　$VA = 2VO$

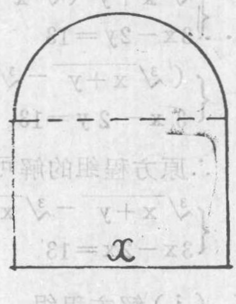
而　　$VA^2 - VO^2 = AO^2$

因此　　$4VO^2 - VO^2 = 18$　　$VO = \sqrt{6}$（厘米）

$\therefore V_{棱锥} = \frac{1}{3} \times 6^2 \times \sqrt{6} = 12\sqrt{6} \approx 29.3$（厘米^3）

答：这棱锥的体积约为29.3立方厘米·

五、把一块钢板冲成上面是半园形，下面是矩形的零件，已知零件的周长是P，怎样才能使冲出的零件面积最大？（20分）



解：设矩形的宽为x，零件的面积为S· 那末

半园的周长$= \frac{\pi}{2}x$，

矩形的高$= \frac{1}{2}\left(P - \frac{\pi x}{2} - x\right) = \frac{2P - (\pi + 2)x}{4}$

半园的面积$= \frac{\pi}{2}\left(\frac{x}{2}\right)^2 = \frac{\pi}{8}x^2$

矩形的面积$= x \cdot \frac{2P - (\pi + 2)x}{4} = \frac{2Px - (\pi + 2)x^2}{4}$

所以零件的面积

S＝半园的面积＋矩形的面积

$$=\frac{\pi}{8}x^2+\frac{2Px-(\pi+2)x^2}{4}=-\frac{\pi+4}{8}x^2+\frac{P}{2}x$$

这是面积S关于x的二次函数.

$\because a=-\frac{\pi+4}{8}<0$， $b=\frac{P}{2}$.

$\therefore$ 当 $x=-\frac{b}{2a}=-\frac{\frac{P}{2}}{2\times(-\frac{\pi+4}{8})}=\frac{2P}{\pi+4}$ 时，S有极大值. 这时，矩形的高为

$$\frac{2P-(\pi+2)\frac{2P}{\pi+4}}{4}=\frac{p}{\pi+4}$$

矩形的宽：矩形的高等于

$$\frac{2p}{\pi+4}:\frac{P}{\pi+4}=2:1$$

答：应当使矩形的宽和高的比为2：1时，冲出的零件面积最大.

〔选作题〕考生可根据自己能力选作，作为参考成绩，不列入总分.

一、解方程组

$$\begin{cases}\sqrt[3]{(x+y)^2}+2\sqrt[3]{(x-y)^2}=3\sqrt[3]{x^2-y^2}\\3x-2y=13.\end{cases}$$

解：$\begin{cases}\sqrt[3]{(x+y)^2}-\sqrt[3]{x^2-y^2}-2(\sqrt[3]{x^2-y^2}-\sqrt[3]{(x-y)^2})=0\\3x-2y=13.\end{cases}$

$$\begin{cases}\sqrt[3]{x+y}(\sqrt[3]{x+y}-\sqrt[3]{x-y})-2\sqrt[3]{x-y}(\sqrt[3]{x+y}-\sqrt[3]{x-y})=0\\3x-2y=13\end{cases}$$

$$\begin{cases}(\sqrt[3]{x+y}-\sqrt[3]{x-y})(\sqrt[3]{x+y}-2\sqrt[3]{x-y})=0\\3x-2y=13\end{cases}$$

$\therefore$ 原方程组的解可分为下面二个方程组的解：

$$\begin{cases}\sqrt[3]{x+y}-\sqrt[3]{x-y}=0\\3x-2x=13\end{cases}\text{和}\begin{cases}\sqrt[3]{x+y}-2\sqrt[3]{x-y}=0\\3x-2y=13\end{cases}$$

（i）解方程组

$$\begin{cases}\sqrt[3]{x+y}-\sqrt[3]{x-y}=0\\3x-2y=13\end{cases}\qquad\begin{cases}x+y=x-y\\3x-2y=13\end{cases}$$

$$\therefore\begin{cases}x=\frac{13}{3}\\y=0\end{cases}$$

（ii）解方程组

$$\begin{cases}\sqrt[3]{x+y}-2\sqrt[3]{x-y}=0\\ 3x-2y=0\end{cases}$$

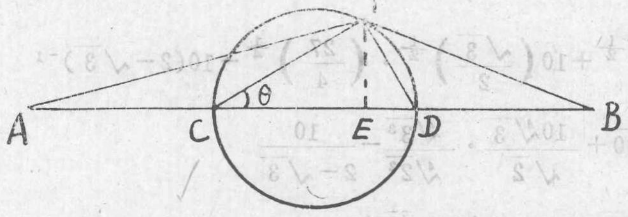
$$\begin{cases}x+y=8(x-y)\\ 3x-2y=13\end{cases}$$

$$\therefore\begin{cases}x=9\\ y=7\end{cases}$$

经检验，以上所得的两组解都是原方程组的解，所以原方程组的解为

$$\begin{cases}x_1=\dfrac{13}{3}\\ y_1=0\end{cases},\quad\begin{cases}x_2=9\\ y_2=7\end{cases}$$

二、线段AB之三等分点依次为C、D，以CD为直径画园，在园周上任取一点P·求证$tg\angle APC\cdot tg\angle BPD=\frac{1}{4}$·



证明1：记PC和CD的夹角为θ，并假定AC＝CD＝DB＝a.

作PE⊥AB，交AB于E·

∵CD是园的直径，　　　∴∠CPD＝90°.

$\therefore PD=a\sin\theta\qquad PC=a\cos\theta\qquad PE=PC\cdot\sin\theta=a\sin\theta\cos\theta$

$CE=PC\cdot\cos\theta=a\cos^2\theta\qquad DE=a-CE=a(1-\cos^2\theta)=a\sin^2\theta.$

$$tgA=\frac{PE}{AE}=\frac{PE}{a+CE}=\frac{a\sin\theta\cos\theta}{a(1+\cos^2\theta)}=\frac{tg\theta}{2+tg^2\theta}$$

$$tgB=\frac{PE}{BE}=\frac{PE}{a+DE}=\frac{a\sin\theta\cos\theta}{a(1+\sin^2\theta)}=\frac{tg\theta}{1+2tg^2\theta}$$

而

$$tg\angle APC=tg(\theta-A)=\frac{tg\theta-tgA}{1+tg\theta\cdot tgA}=\frac{tg\theta-\dfrac{tg\theta}{2+tg^2\theta}}{1+tg\theta\cdot\dfrac{tg\theta}{2+tg^2\theta}}$$

$$=\frac{tg^3\theta+tg\theta}{2(1+tg^2\theta)}=\frac{tg\theta}{2}$$

$$tg\angle BPD=tg(\angle PDC-\angle B)=tg(90^\circ-\theta-B)=ctg(\theta+B)$$

$$=\frac{1-tg\theta tgB}{tg\theta+tgB}=\frac{1-tg\theta\cdot\dfrac{tg\theta}{1+2tg^2\theta}}{tg\theta+\dfrac{tg\theta}{1+2tg^2\theta}}=\frac{1+tg^2\theta}{2(tg\theta+tg^3\theta)}=\frac{1}{2tg\theta}$$

$$\therefore \operatorname{tg}\angle APC \cdot \operatorname{tg}\angle BPD=\frac{\operatorname{tg}\theta}{2}\cdot\frac{1}{2\operatorname{tg}\theta}=\frac{1}{4}$$

证明 2. 作$DE \parallel CP$交PB于E，作$CF \parallel DP$交AP于F，

∵P在以CD为直径的园周上，　　$\therefore \angle CPD=90^\circ$，

又∵$AC=CD=DB$，　　$\therefore DE=\frac{1}{2}CP$，　　$CF=\frac{1}{2}DP$

并且$\angle PDE=\angle CPD=\angle PCF=90^\circ$

$$\therefore \operatorname{tg}\angle APC\cdot\operatorname{tg}\angle BPD=\frac{CF}{PC}\cdot\frac{DE}{PD}=\frac{\frac{1}{2}DP}{PC}\cdot\frac{\frac{1}{2}CP}{PD}=\frac{1}{4}.$$