广西百色试点(理科)

一、1. 求函数$y=\frac{2\sqrt{5-x}}{\sqrt{x-3}}$的定义域

解 当$5-x\geqslant0$时，即$x\leqslant5$时，分子才有意义。

当$x-3>0$时，即$x>3$时，分母才有意义。

故函数$y=\frac{2\sqrt{5-x}}{\sqrt{x-3}}$的定义域是$3<x\leqslant5$。

2. 计算$\left(-\frac{1}{2}\right)^{-3}+32^{\frac{2}{5}}+5^{0}-3^{-2}$

解 原式$=(-2)^{3}+(2^{5})^{\frac{2}{5}}+1-\frac{1}{3^{2}}$

$=-8+4+1-\frac{1}{9}$

$=-3\frac{1}{9}$

3. 求$sin^{2}60°+ctg45°+\frac{3}{4}tg^{2}30°-cos60°$的值。

解 原式$=\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{2}+1+\frac{3}{4}\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^{2}-\frac{1}{2}$

$=\frac{3}{4}+1+\frac{1}{4}-\frac{1}{2}$

$=1\frac{1}{2}$

4. $log_{2}\sqrt{8}=x$ 求x。

解 $\because$ $log_{2}\sqrt{8}=x$

$\therefore$ $2^{x}=\sqrt{8}$

$2^{x}=2^{\frac{3}{2}}$

$\therefore$ $x=\frac{3}{2}$

二、已知直线过(3, 1)和(-6, 4)两点。

1. 求出这直线方程。
2. 求它的斜率和y轴上的截距。
3. 这函数是上升或下降。
4. 求过(0, -5)和这直线平行的直线方程。

解 1 设过(3,1)和(-6,4)两点的直线方程为$y=kx+b$。

则这两个点的坐标满足方程：

故 $\begin{cases} 1=k\cdot 3+b \\ 4=k\cdot(-6)+b \end{cases}$

解这个方程组得：$k=-\frac{1}{3}$，$b=2$。

故这条直线方程是 $y=-\frac{1}{3}x+2$

即 $x+3y-2=0$

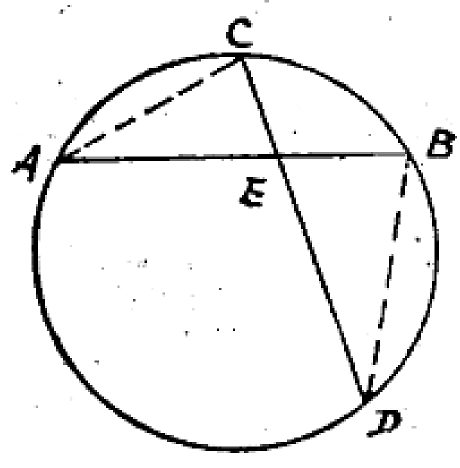
2. 由上知这条直线的斜率是$-\frac{1}{3}$，y轴上截距是2。

3. 因$k<0$，故这函数是下降的。

4. 因为过(0，-5)点的直线与这条直线平行，故它们的斜率相等，y轴上的截距是-5，所以过(0，-5)点的直线方程是：$y=-\frac{1}{3}x-5$

即 $x+3y+15=0$ 。

三、已知圆O中两弦AB,CD相交于E 。



1. 证明$AE\cdot BE=CE\cdot DE$

2. 当CD为直径($2R$)，$AB\perp CD$时，

证明$BE^2=CE(2R-CE)$

1. 证明 连结AC和BD

则 $\angle A=\angle D$，$\angle B=\angle C$，

$\therefore$ $\Delta AEC\backsim\Delta DEB$

$\therefore$ $AE:DE=CE:BE$

即　$AE \cdot BE = CE \cdot DE$

2. 证明　$\because$　CD为直径$(2R)$　$AB \perp CD$.

$\therefore$　$AE = BE$，$DE = 2R - CE$

代入　$AE \cdot BE = CE \cdot DE$

得：$BE^2 = CE(2R - CE)$

四、一船往返于48公里的两地，共航行10小时，已知水流速度是2公里/小时，求这轮船在静水中航行的速度。

解　设轮船在静水中航行速度为每小时x公里.

则轮船在顺水时的速度为每小时$(x+2)$公里.

轮船在逆水时的速度为每小时$(x-2)$公里，

依题意得方程：$\dfrac{48}{x+2} + \dfrac{48}{x-2} = 10$

两边乘以$(x+2)(x-2)$得：

$48(x-2) + 48(x+2) = 10(x+2)(x-2)$

整理得：$5x^2 - 48x - 20 = 0$

解这个方程得：$x_1 = 10$，$x_2 = -\dfrac{2}{5}$

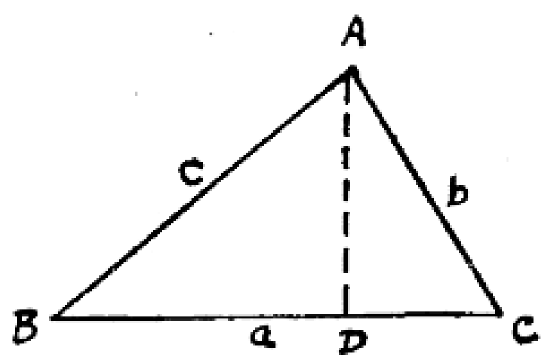
把$x_1 = 10, x_2 = -\dfrac{2}{5}$代入所乘整式$(x+2)(x-2)$都不为0.

$\therefore$　$x_1 = 10$，$x_2 = -\dfrac{2}{5}$都是方程的根，但$x_2 = -\dfrac{2}{5}$不合题意应舍去，故得$x = 10$

答　轮船在静水中航行的速度是10公里/小时。

五、已知 A、B、C是$\triangle ABC$的三个内角，

求证　$a = b\cos c + c\cos B$



$b = c\cos A + a\cos C$

$c = a\cos B + b\cos A$

证明 作 $AD \perp BC$，则$\triangle ABD$和$\triangle ACD$都是直角三角形。

$\because \quad BD = C\cos B, \quad DC = b\cos C$

又$\because \quad a = BC = BD + DC = b\cos C + c\cos B$

同理可证：$b = C\text{coe}A + a\cos C$

$c = a\cos B + b\cos A$

六、当a、b、c为实数时，求证方程$x^2 - (a+b)x + (ab - c^2) = 0$ 有两个实数根，并求出两个根相等的条件。

证明 因为 $\Delta = [-(a+b)]^2 - 4 \times 1 \times (ab - c^2)$

$= a^2 + 2ab + b^2 - 4ab + 4c^2$

$= (a-b)^2 + 4c^2$

当a、b、c为实数时，必有$\Delta = (a-b)^2 + 4c^2 \geqslant 0$

故当a、b、c为实数时，方程$x^2 - (a+b)x + (ab - c^2) = 0$

有两个实数根，并且方程有两个等根的条件是$a = b, c = 0$

选作题：

1、 已知：$2lg(x - 2y) = lgx + lgy$ 求：$x:y$

解 $\because \quad 2lg(x-2y) = lgx + lgy$

$\therefore \quad lg(x-2y)^2 = lgxy$

$(x-2y)^2 = xy$

即 $x^2 - 5xy + 4y^2 = 0$

$(x-4y)(x-y) = 0$

$x - 4y = 0$ 得 $x:y = 4$

$x - y = 0$ 得 $x:y = 1$

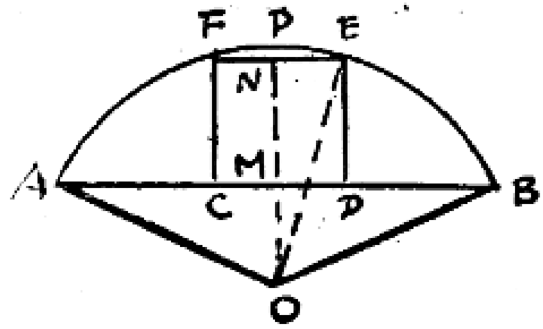
$\because$ 当$x > 0$，$y > 0$时原方程才有意义，

并且当$x:y = 1$时 $lg(x-2y)$没有意义，

∴　$x:y=4$是原方程的解。

2、 求内接于半径为10厘米，圆心角为120°的弓形的正方形的边长。

解 如图：$CDEF$是内接于半径为10厘米圆心角为120°的弓形的正方形，作半径$OP \perp FE$，交FE于N，AB于M，则OP平分EF，也平分AB及$\angle AOB$，



在直角ΔOMB中，$\angle BOM=60°$，$OB=10cm$，

$$\therefore \quad OM=10\cos 60°=10\times\frac{1}{2}=5(cm)$$

设正方形$CDEF$的边长为x，则$MN=x$，$NE=\frac{1}{2}x$。

连结OE，在直角ΔONE中，$OE=10cm$，$NE=\frac{1}{2}x$，

$$ON=5+x$$

$$\therefore \quad (5+x)^2+\left(\frac{1}{2}x\right)^2=10^2$$

化简整理得：$x^2+8x-60=0$

解这个方程得：$x=\dfrac{-8\pm\sqrt{304}}{2}\approx\dfrac{-8\pm 17.4}{2}$

$$\therefore \quad x_1=\frac{-8+17.4}{2}=4.7\ (cm)$$

$$x2=\frac{-8-17.4}{2}=-12.7(cm)\text{（不合题意，舍去）}$$

故内接于半径为10cm，圆心角为120°的弓形的正方形边长约为4.7cm。