

# 数学试卷

1. (1) 计算:  $\left(2\frac{1}{4}\right)^{\frac{1}{2}} + \left(\frac{1}{10}\right)^{-2} - (3.14)^0 + \left(-\frac{27}{8}\right)^{-\frac{1}{2}}$ .

(2) 求函数  $y = \sqrt{x-2} + \frac{1}{x-3} + \lg(5-x)$  的定义域.

(3) 解方程:  $5^{x^2+2x} = 125$ .

(4) 计算:  $-\log_3 \left( \log_3 \sqrt[3]{\sqrt[3]{\sqrt[3]{3}}} \right)$ .

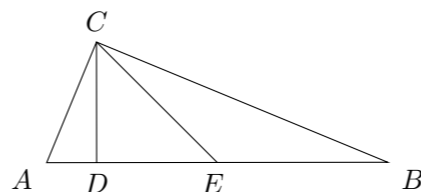
(5) 把直角坐标方程  $(x-3)^2 + y^2 = 9$  化为极坐标方程.

(6) 计算:  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1+2+3+\dots+n}{n^2}$ .

(7) 分解因式:  $x^4 - 2x^2y - 3y^2 + 8y - 4$ .

2. 过抛物线  $y^2 = 4x$  的焦点作倾斜角为  $\frac{3}{4}\pi$  的直线, 它与抛物线相交于  $A$ 、 $B$  两点. 求  $A$ 、 $B$  两点间的距离.

3. 在直角三角形  $ABC$  中,  $\angle ACB = 90^\circ$ ,  $CD$ 、 $CE$  分别为斜边  $AB$  上的高和中线, 且  $\angle BCD$  与  $\angle ACD$  之比为  $3:1$ , 求证:  $CD = DE$ .



4. 在周长为 300 cm 的圆周上, 有甲、乙两球以大小不同的速度作匀速圆周运动. 甲球从  $A$  点出发按逆时针方向运动, 乙球从  $B$  点出发按顺时针方向运动, 两球相遇于  $C$  点相遇后, 两球各自反方向作匀速圆周运动, 但这时甲球速度的大小是原来的 2 倍, 乙球速度的大小是原来的一半, 以后他们第二次相遇于  $D$  点. 已知  $\widehat{AmC} = 40$  厘米,  $\widehat{BnD} = 20$  厘米, 求  $\widehat{ACB}$  的长度.

5. (1) 若三角形三内角成等差数列, 求证: 必有一内角为  $60^\circ$ .

(2) 若三角形三内角成等差数列, 而且三边又成等比数列, 求证: 三角形三内角都是  $60^\circ$ .

6. 在两条平行直线  $AB$  和  $CD$  上分别取定一点  $M$  和  $N$ , 在直线  $AB$  上取一定线段  $ME = a$ ; 在线段  $MN$  上取一点  $K$ , 连结  $EK$  并延长交  $CD$  于  $F$ . 试问  $K$  取在哪里时,  $\triangle EMK$  与  $\triangle FNK$  的面积之和最小? 最小值是多少?

## 附加题

7. 求极限:  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{x}(\sqrt{x+1} - \sqrt{x})$ .

8. 求不定积分:  $\int \frac{dx}{(1+e^x)^2}$ .