

江苏省南通地区(试点)

(共十题, 每题10分)

一、回答下列问题:

1. 当 a 为何值时, $2a > a$; 当 a 为何值时, $2a = a$; 当 a 为何值时 $2a < a$.

解 当 $a > 0$ 时, $2a > a$.

当 $a = 0$ 时, $2a = a$.

当 $a < 0$ 时, $2a < a$.

2. 当 x 为何值时, $|x| = x$.

解 当 $x \geq 0$ 时, $|x| = x$.

二、写出下列函数的自变量 x 的取值范围(在实数范围

内)；

$$1. \quad y = \frac{1}{2-x}$$

解 当 $2-x \neq 0$ 即 $x \neq 2$ 时分母有意义，

函数 $y = \frac{1}{2-x}$ 的定义域为 $x \neq 2$

$$2. \quad y = \sqrt{2x-1}$$

解 当 $2x-1 \geq 0$ ，即 $x \geq \frac{1}{2}$ 时，根式 $\sqrt{2x-1}$ 在实数范

围内有意义，

函数 $y = \sqrt{2x-1}$ 的定义域为 $x \geq \frac{1}{2}$ 。

三、计算

$$\left(\frac{2}{3}\right)^2 + (-5.8)^0 - \left(\frac{8}{27}\right)^{-\frac{2}{3}} + \left(\frac{1}{2}\right)^{-2}$$

$$\text{解 原式} = \frac{4}{9} + 1 - \frac{9}{4} + 4$$

$$= 3\frac{7}{36}$$

四、 k 为何值时，方程 $x^2 - 2kx + 4 = 0$ 有两个相等的实数根？并求出这方程的根。

$$\text{解 } \Delta = (-2k)^2 - 4 \times 4$$

$$= 4k^2 - 16$$

当 $4k^2 - 16 = 0$ 即 $k = \pm 2$ 时，方程有两个相等的实数根。

将 $k = 2$ 代入原方程得

$$x^2 - 4x + 4 = 0$$

$$(x-2)(x-2)=0$$

$$x_1=2, x_2=2$$

将 $k=-2$ 代入原方程得

$$x^2+4x+4=0$$

$$(x+2)(x+2)=0$$

$$x_1=-2, x_2=-2,$$

当 $k=2$ 时这方程相等实数根为 $x_1=2, x_2=2$ 。

当 $k=-2$ 时, 这方程相等实数根为 $x_1=-2, x_2=-2$ 。

五、已知 $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ ($90^\circ < \alpha < 180^\circ$),

求 $\cos \alpha, \operatorname{tg} \alpha, \operatorname{ctg} \alpha$ 。

解 $\because 90^\circ < \alpha < 180^\circ$

$$\begin{aligned}\therefore \cos \alpha &= -\sqrt{1-\sin^2 \alpha} = -\sqrt{1-\frac{9}{25}} \\ &= -\sqrt{\frac{16}{25}} = -\frac{4}{5}.\end{aligned}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{\frac{3}{5}}{-\frac{4}{5}} = -\frac{3}{4}$$

$$\operatorname{ctg} \alpha = \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha} = -\frac{4}{3} = -1\frac{1}{3}.$$

六、试写出抛物线 $y=1+4x-2x^2$ 的顶点坐标, 对称轴方程和函数 y 的极值。

解 $y=1+4x-2x^2$

$$y = -2\left(x^2 - 2x - \frac{1}{2}\right)$$

$$y = -2\left[(x-1)^2 - \frac{3}{2}\right]$$

$$y = -2(x-1)^2 + 3$$

顶点坐标为(1, 3)

对称轴方程为: $x = 1$

$\because a = -2 < 0$, \therefore 函数 y 有极大值。

当 $x = -\frac{b}{2a} = 1$ 时。

$$y_{\text{最大}} = \frac{4ac - b^2}{4a} = 3.$$

七、解方程

$$\frac{\lg 2x}{\lg(x-4)} = 2$$

解 $\lg 2x = 2\lg(x-4)$

$$\lg 2x = \lg(x-4)^2$$

$$2x = (x-4)^2$$

$$x^2 - 10x + 16 = 0$$

$$(x-8)(x-2) = 0$$

由 $x-8=0$, 得 $x=8$ 。

由 $x-2=0$, 得 $x=2$ 。

经验算知 $x=8$ 是原方程的根。

$x=2$ 是增根, 应舍去。

八、求200以内的能被6整除的所有自然数的和。

解 $\because 200 = 33 \times 6 + 2$

$$S_{33} = 6 \times 1 + 6 \times 2 + 6 \times 3 + \dots + 6 \times 33$$

$$= \frac{33}{2} \times (6 + 6 \times 33)$$

$$= \frac{33}{2} \times 204$$

$$= 3366.$$

九、已知正四棱锥底面边长为 12cm ，高为 $2\sqrt{7}\text{cm}$ ，求它的侧棱。

解 如图， $P-ABCD$ 是正四棱锥， PO 是高，

$$\text{并且 } PO = 2\sqrt{7}(\text{cm})$$

$$\because AB = BC = 12(\text{cm}),$$

$$\therefore AC = \sqrt{AB^2 + BC^2}$$

$$= \sqrt{12^2 + 12^2 + 2^2} = 12\sqrt{2}$$

$$AO = \frac{AC}{2} = 6\sqrt{2}$$

$$\therefore PA = \sqrt{PO^2 + AO^2} = \sqrt{(2\sqrt{7})^2 + (6\sqrt{2})^2}$$

$$= \sqrt{28 + 72} = \sqrt{100} = 10(\text{cm}).$$

答：它的侧棱为 10cm 。

十、两根钢绳悬吊货物时，两条钢绳与铅垂线的夹角分别为 α 和 β ，货物的重量为 P ，试用表达式分别写出钢绳所承受的拉力 F_1 和 F_2

$$\text{解 如图 } \angle 1 = 180^\circ - \alpha$$

$$\angle 2 = 180^\circ - \beta$$

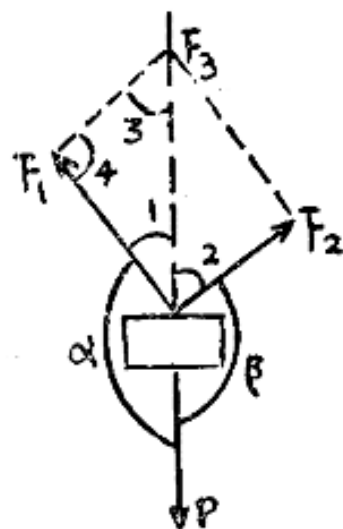
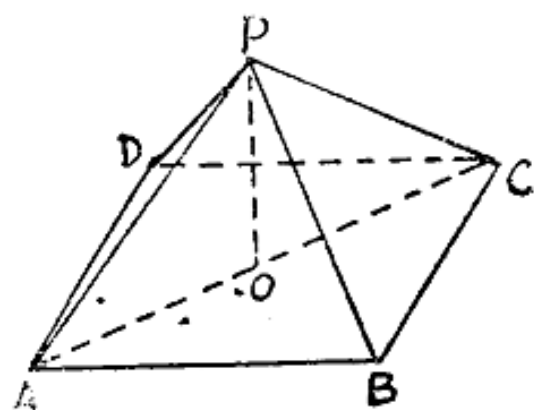
$$\angle 3 = 180^\circ - \beta$$

$$\angle 4 = 180^\circ - [(180^\circ - \beta) + (180^\circ - \alpha)]$$

$$= 180^\circ - 2 \times 180^\circ + \alpha + \beta$$

$$= \alpha + \beta - 180^\circ.$$

据正弦定理 得



$$\frac{F_1}{\sin(180^\circ - \angle\beta)} = \frac{-P}{\sin(\alpha + \beta - 180^\circ)}$$

$$F_1 = \frac{-P \sin(180^\circ - \beta)}{-\sin[180^\circ - (\alpha + \beta)]} = \frac{P \sin(180^\circ - \beta)}{\sin[180^\circ - (\alpha + \beta)]}$$

$$= \frac{P \sin \beta}{\sin(\alpha + \beta)} .$$

同理可得

$$F_2 = \frac{P \sin \alpha}{\sin(\alpha + \beta)} .$$