# 江西1977年高考数学试题解

一、下列各题，将答案填在括号里：

1．若$f(x)=3x^3-5x^2+7x-5$，则$f(o)=(-5)$

2．$\mathrm{arctg}1=(\frac{\pi}{4})$

3．$\mathrm{Log}_a a^2=(2)$

4．球面积是大园面积的（ 4 ）倍

5．若$a<o$，则$\sqrt{a^2}\div a=(-1)$

6．$\frac{1}{2}+\sqrt{\frac{3}{2}}i$的模数（ 1 ），幅角（$\frac{\pi}{3}$），三角函数式$(\cos\frac{\pi}{3}+i\sin\frac{\pi}{3})$

7．若$\alpha$为锐角，$\sin2\alpha=1$，则$\sin\alpha=(\frac{\sqrt{2}}{2})$

8．若$a>b$，$<cO$，则$ac(<)bc$

9．三角形的重心是三条（中）线的交点

10. 若$C_n^3=C_n^5$ 则n＝( 8 )

11. 直线方程$y=-3x+2$，它的斜率是( －3 )

12. 直园锥的底半径为3，母线为5，则高为( 4 )

13. $y=2siu(3x+\frac{\pi}{6})$的振幅是( 2 )，周期是( $\frac{2\pi}{3}$ )

14. $\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$与$\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$的等差中项是( 5 )，等比中项是( ±1 )

15. 园半径为R，则内接正方形的边长为$\sqrt{2}R$，内接正三角形的边长为($\sqrt{3}R$)

二、若方程$5x^2-10x\cos\alpha+7\cos\alpha+6=0$的两个根相等，试求两邻边和为6，且夹角为α的平行四边形的最大面积，

解：设平行四边形一边长为x，则它的邻边长为$6-x$. 又已知其夹角为α，故平行四边形的面积可表示为$S_{\square}=x(6-x)\,\text{sui}\alpha$　　(1)

又已知方程$5x^2-10x\cos\alpha+7\cos\alpha+6=0$的两根相等，因此它的判别式为零，

即$(-10\cos\alpha)^2-20(7\cos\alpha+6)=0$

$5\cos^2\alpha-7\cos\alpha-6=0$

$(5\cos\alpha+3)(\cos\alpha-2)=0$

$\therefore\cos\alpha=-\frac{3}{5}$，或$\cos\alpha=2$(舍去)

α是平行四边形夹角，必定$0<\alpha<\pi$，故suiα是个正值

$$\sin\alpha=\sqrt{1-\cos^2\alpha}=\sqrt{1-(-\frac{3}{5})^2}=\frac{4}{5}\qquad(2)$$

把(2)代入(1)　　$S_{\square}=x(6-x)\frac{4}{5}=-\frac{4}{5}x^2+\frac{24}{5}x=-\frac{4}{5}(x-3)^2+\frac{36}{5}$

所以当$x=3$时，$S_{\square}$取极大值$\frac{36}{5}$

答：两邻边和为6，夹角为α的平行四边形的最大面积是$\frac{36}{5}$

三、用0，2，5，7，9诸数字组成没有重复数字的四位数中

(1)大于5000的有多少个？

(2)是4的倍数的有多少个？

解：(1)以5，7，9为首位数字的四位数都大于5000，因此大于5000的四位数共

有　$3A_4^3=3\times4\times3\times2=72$(个)

(2)最后两位数字是92，72，52，20的四位数都是4的倍数

∴最后两位数字是92的四位数有($A_3^2-A_2^1$)个

最后两位数字是72的四位数有（$A_3^2-A_2^1$）个

最后两位数字是52的四位数有（$A_3^2-A_2^1$）个

最后两位数字是20的四位数有 $A_3^2$个

∴是4的倍数的四位数共有$A_3^2+3(A_3^2-A_2^1)=6+3\times(6-2)=18$(个)

**答**：用0，2，5，7，9诸数字组成没有重复数字的四位数中，大于5000的有72个；是4的倍数的有18个

**四、若**$5\left|\dfrac{a+2b-3}{b+1}\right|+3(a+3b)^2=0$，求出无穷数列$ab$，$b$，$\dfrac{b}{a}$，……的和

**解**：由已知，得

$$\begin{cases}\dfrac{a+2b-3}{b+1}=0\\ a+3b=0\end{cases}\qquad \begin{cases}a+2b-3=0\\ a+3b=0\end{cases}(b\neq-1)\qquad \therefore b=-3,\ a=9$$

则得无穷数列：$-27$，$-3$，$-\frac{1}{3}$，……其首项为$-27$，公比为$\dfrac{1}{9}$。故比无穷数列

的和$s=\dfrac{-27}{1-\dfrac{1}{9}}=-30\dfrac{3}{8}$

**五、三角形的三边为**$a$、$b$、$c$，它们的对角分别为$\angle A$、$\angle B$、$\angle C$，若$a^2=b(b+c)$，

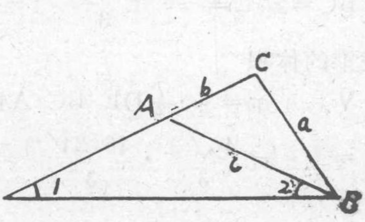
**求证**：$\angle A=2\angle B$

**证明**：如图，延长CA到D使$AD=AB=c$

连接DB，$\therefore\angle1=\angle2$

又$\because a^2=b(b+c)$

$\therefore\dfrac{b}{a}=\dfrac{a}{b+c}$




也即在△ABC与△BDC中

$\dfrac{AC}{BC}=\dfrac{BC}{CD}$

又$\angle C$公用，所以

$\triangle ABC\backsim\triangle BDC$

$\therefore\angle B=\angle1$，$\angle A=\angle B+\angle2$

**故** $\angle A=\angle B+\angle2=\angle B+\angle1=\angle B+\angle B=2\angle B$

**六、设等腰**△ABC的底边BC在平面P上，它的底角为75°，顶点A到平面P的距离AD＝4厘米，△ABC所在平面和平面P成60°的角，求棱锥A－BCD的体积。

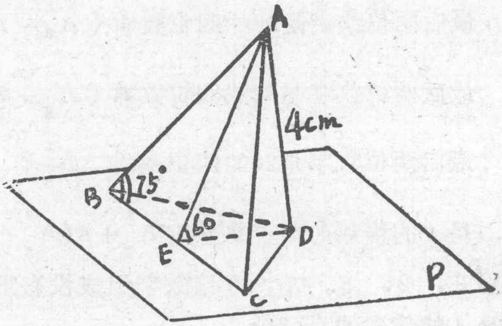
已知：AB＝AC，∠A BC＝75°，

BC在平面P内

A到平面P的距离AD＝4厘米

△ABC所在平面与平面P的夹角为60°

求：A－BCD的体积




解：如图，取BC的中点E，连接AE、ED。因为AB＝AC，所以AE⊥BC。又因BC⊥AE，

BC⊥AD，所以BC⊥平面AED(三垂线定理)． 故BC⊥DE.因此，∠AED的大小即为平面ABC和平面P所成角的大小

$$\angle AED=60°$$

$$\therefore DE=AD\,ctg\,60°=4\cdot\frac{\sqrt{3}}{3}=\frac{4\sqrt{3}}{3}$$

$$AE=\frac{AD}{\sin 60°}=\frac{4}{\frac{\sqrt{3}}{2}}=\frac{8\sqrt{3}}{3}$$

$$BE=AE\cdot ctg75°=AE\cdot\frac{1-tg45°tg30°}{tg45°+tg30°}$$

$$=\frac{8\sqrt{3}}{3}\times\frac{1-\frac{\sqrt{3}}{3}}{1+\frac{\sqrt{3}}{3}}=\frac{8\sqrt{3}}{3}(2-\sqrt{3})=\frac{8(2\sqrt{3}-3)}{3}$$

$$BC=2BE=\frac{16(2\sqrt{3}-3)}{3}$$

故棱锥的体积

$$V_{A-BCD}=\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}DE\cdot BC\cdot AD$$

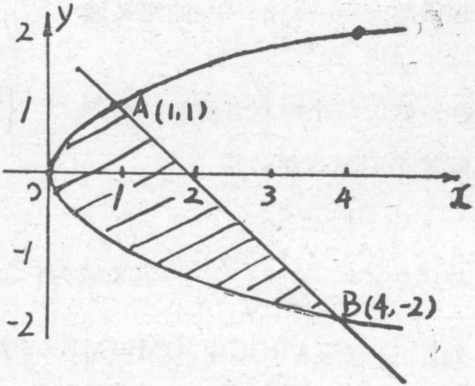
$$=\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{4\sqrt{3}}{3}\cdot\frac{16(2\sqrt{3}-3)}{3}\cdot 4$$

$$=\frac{128(2-\sqrt{3})}{9}\text{(立方厘米)}$$

答：棱锥A－BCD的体积为$\frac{128(2-\sqrt{3})}{9}$立方厘米

附加题

七、已知抛物线$y^2=x$两点$A(1,1)$，$B(4,-2)$，求直线AB与抛物线$y^2=x$所围成的面积。




解：直线AB的方程是

$$\frac{y-1}{x-1}=\frac{-2-1}{4-1}$$

即 $x=2-y$

因此直线AB和抛物线$y^2=x$所周成的面积是

$$S=\int_{-2}^{1}(2-y-y^2)dy=\left(2y-\frac{y^2}{2}-\frac{y^3}{3}\right)\Bigg|_{-2}^{1}$$

$$=\left(2-\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)-\left(-4-2+\frac{8}{3}\right)=4\frac{1}{2}。$$