

数学试卷

1. 解答下列各题:

(1) 叙述函数的定义.

(2) 求函数 $y = 1 - \frac{1}{\sqrt{2-3x}}$ 的定义域.

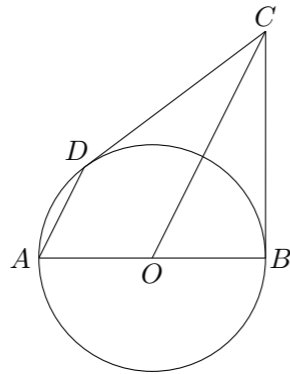
(3) 计算: $[1 - (0.5)^{-2}] \div \left(-\frac{27}{8}\right)^{\frac{1}{3}}$.

(4) 计算: $\log_4 2$.

(5) 分解因式: $x^2y - 2y^3$.

(6) 计算: $\sin \frac{4\pi}{3} \cdot \cos \frac{25\pi}{6} \cdot \tan \left(-\frac{3\pi}{4}\right)$.

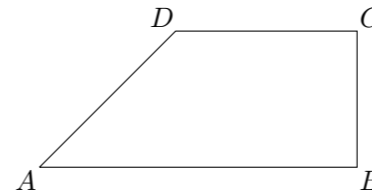
2. 证明: 如图, AB 是圆 O 的直径, CB 是圆 O 的切线, 切点为 B , OC 平行于弦 AD , 求证: DC 是圆 O 的切线.



3. 证明: $\frac{\sin 2\alpha + 1}{1 + \cos 2\alpha + \sin 2\alpha} = \frac{1}{2} \tan \alpha + \frac{1}{2}$.

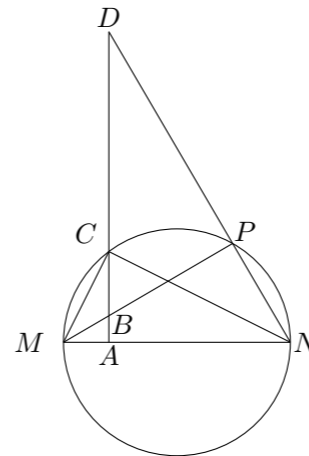
4. 已知 $2\lg x + \lg 2 = \lg(x+6)$, 求 x .

5. 某生产队要建立一个形状是直角梯形的苗圃, 其两邻边借用夹角为 135° 的两面墙, 另外两边是总长为 30 米的篱笆 (如图, AD 和 DC 为墙), 问篱笆的两边各多长时, 苗圃的面积最大? 最大面积是多少?



6. 工人师傅要用铁皮做一个上大下小的正四棱台形容器 (上面开口), 使其容积为 208 立方米, 高为 4 分米, 上口边长与下底面边长的比为 $5:2$, 做这样的容器需要多少平方米的铁皮? (不计容器的厚度和加工余量, 不要求写出已知、求解, 直接求解并画图即可)

7. 如图, MN 为圆的直径, P, C 为圆上两点, 连 PM, PN , 过 C 作 MN 的垂线与 MN, MP 和 NP 的延长线依次相交于 A, B, D , 求证: $AC^2 = AB \cdot AD$.



8. 下列两题选做一题.

【甲】已知椭圆短轴长为 2, 中心与抛物线 $y^2 = 4x$ 的顶点重合, 椭圆的一个焦点恰是此抛物线的焦点, 求椭圆方程及其长轴的长.

【乙】已知菱形的一对内角各为 60° , 边长为 4, 以菱形对角线所在的直线为坐标轴建立直角坐标系, 以菱形 60° 角的两个顶点为焦点, 并且过菱形的另外两个顶点作椭圆, 求椭圆方程.

附加题

9. 将函数 $f(x) = e^x$ 展开为 x 的幂级数, 并求出收敛区间. ($e=2.718$ 为自然对数的底数)

10. 利用定积分计算椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 所围成的面积.