

# 甘肃1977年高考数学试题解

一、用“>”、“<”、“=”号分别把下列各组数连接起来：

(1)  $0.25 + 3\frac{1}{8}$  与  $|-3.375|$ ;

(2)  $\left(\frac{\sqrt{3}}{3} - \frac{1}{\sqrt{3}}\right)^3$  与  $(-3)^0$ ;

(3)  $-\text{Lg}0.01$  与  $\text{Log}_4\frac{1}{16}$ ;

(4)  $\text{tg}44^\circ$  与  $\text{ctg}44^\circ$

解(1)  $\because 0.25 + 3\frac{1}{8} = 3\frac{3}{8} = 3.375, \quad |-3.375| = 3.375$

$\therefore 0.25 + \frac{1}{8} = |-3.375|$

(2)  $\because \left(\frac{\sqrt{3}}{3} - \frac{1}{\sqrt{3}}\right)^3 = \left(\frac{\sqrt{3}}{3} - \frac{\sqrt{3}}{3}\right)^3 = 0, \quad (-3)^0 = 1$

$\therefore \left(\frac{\sqrt{3}}{3} - \frac{1}{\sqrt{3}}\right)^3 < (-3)^0$

(3)  $\because -\text{Lg}0.01$  是个正值, 而  $\text{Log}_4\frac{1}{16}$  是个负值,

$\therefore -\text{Lg}0.01 > \text{Log}_4\frac{1}{16}$

(4)  $\because \text{ctg}44^\circ = \text{tg}46^\circ$ , 正切函数在第一象限是增函数, 有  $\text{tg}44^\circ < \text{tg}46^\circ$ ,

$\therefore \text{tg}44^\circ < \text{ctg}44^\circ$

二、解答下列各题：

(1) 计算：
$$\frac{2a}{a-3b} - \frac{6ab-24b^2}{a^2-7ab+12b^2}$$

解：原式 =  $\frac{2a}{a-3b} - \frac{6b(a-4b)}{(a-3b)(a-4b)} = \frac{2a}{a-3b} - \frac{6b}{a-3b} = \frac{2(a-3b)}{a-3b} = 2$

(2) 化简：
$$\frac{(a^{\frac{2}{5}}b^{-\frac{1}{5}})^{-\frac{1}{2}} \sqrt[3]{a^4}}{\sqrt[3]{b^3}}$$

解：原式 =  $\frac{a^{-\frac{4}{5}}b^{\frac{3}{5}}a^{\frac{4}{3}}}{b^1} = 1$

(3) 证明：
$$\frac{2\text{ctg}x}{1+\text{ctg}^2x} = \sin 2x$$

〔证〕 左边 =  $\frac{2\text{ctg}x}{\sec^2x} = 2\text{ctg}x\cos^2x = 2\sin x\cos x = \sin 2x =$  右边

$$\therefore \frac{2\text{ctg}x}{1+\text{ctg}^2x} = \sin 2x$$

(4) 求函数  $y = \frac{1}{2}x^2 + 3x + 9$  的极值

解：
$$y = \frac{1}{2}x^2 + 3x + 9 = \frac{1}{2}(x^2 + 6x) + 9 = \frac{1}{2}(x+3)^2 + \frac{9}{2}$$

$\therefore$  当  $x = -3$  时，有  $y$  极小 =  $\frac{9}{2}$

三、AD 是  $\triangle ABC$  外接圆的直径，AD=6，  
 $\angle DAC = \angle ABC$ ，求 AC (精确到 0.01)

解：连接 CD

$\because$  AD 是直径， $\therefore \angle ACD = 90^\circ$

又  $\because \angle ADC = \angle ABC$  (同弧上的圆周角相等)

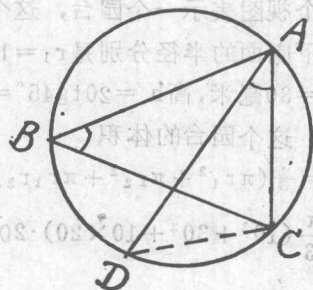
而  $\angle ABC = \angle DAC$  (已知)

$\therefore \angle ADC = \angle DAC$

$\therefore \triangle ADC$  是个等腰直角三角形

$\triangle AC = \frac{\sqrt{2}}{2}AD = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot 6 = 3\sqrt{2} \approx 4.24$

答：AC 约为 4.24



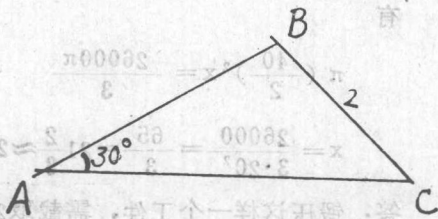
四、在  $\triangle ABC$  中， $\angle A = 30^\circ$ ， $\angle B - \angle C = 60^\circ$

$BC = 2$  求 AC. (用根式表示)

解： $\angle B + \angle C = 180^\circ - \angle A = 180^\circ - 30^\circ = 150^\circ$  (1)

而已知  $\angle B - \angle C = 60^\circ$  (2)

由 (1)、(2) 可求得  $\angle B = 105^\circ$ ,



$$\angle C = 45^\circ$$

根据正弦定理, 有

$$AC = \frac{BC \sin B}{\sin A} = \frac{2 \cdot \sin 105^\circ}{\sin 30^\circ} = 4 \sin 105^\circ$$

$$= 4 \sin(60^\circ + 45^\circ) = 4(\sin 60^\circ \cos 45^\circ + \cos 60^\circ \sin 45^\circ)$$

$$= 4 \cdot \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4} = \sqrt{6} + \sqrt{2}$$

五、某生产队现已平整土地100亩, 计划两年后平整土地的总面积要在225亩以上, 求每年平均增长率

(注) 此题题意不清。(1) “现已平整土地100亩” 没有交代是否在这一年内平整的, 因此不能把100作为基数, 题无法解。(2) “两年后平整土地的总面积” 这句话意思不清, 是那一年里平整的总面积呢, 还是所有平整的土地的总面积? 若是后一种, 求得百分数是下降, 而不是增加, 与实际不符。

如题改为“今年已平整土地100亩, 计划在后年要达到一年内平整225亩以上, 求每年平均增长率” 那么可列出方程

$$\text{求得 } 100(1+x)^2 > 225$$

$$x > 50\%$$

答(略)

六、右图的二视图表示什么形体? 用直径为40毫米的圆柱形钢材锻压这样一个工件, 需截取多长一般钢材?

解: 这个视图表示一个圆台, 这个圆台的上下底面的半径分别是  $r_1 = 10$  毫米,  $r_2 = 30$  毫米, 高  $h = 20 \operatorname{tg} 45^\circ = 20$  毫米。这个圆台的体积

$$V = \frac{1}{3}(\pi r_1^2 + \pi r_2^2 + \pi r_1 r_2) h$$

$$= \frac{\pi}{3}(10^2 + 30^2 + 10 \times 20) \cdot 20$$

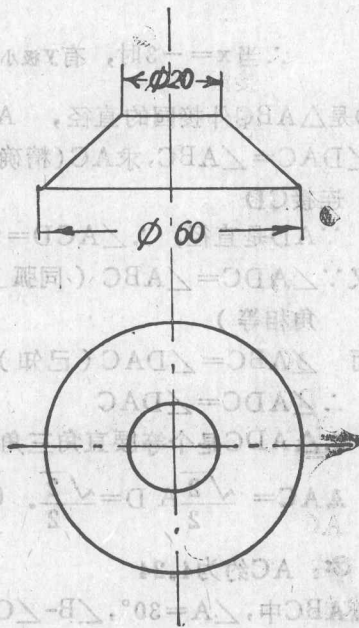
$$= \frac{26000\pi}{3} \text{ (立方毫米)}$$

设锻压这样一个工件需截取  $x$  毫米长的直径为40毫米的圆柱形钢材。则依题意有

$$\pi \left(\frac{40}{2}\right)^2 x = \frac{26000\pi}{3}$$

$$x = \frac{26000}{3 \cdot 20^2} = \frac{65}{3} = 21\frac{2}{3} \approx 21.7 \text{ (毫米)}$$

答: 锻压这样一个工件, 需截取21.7毫米长, 直径为40毫米的圆柱形钢材。



七、一条直线通过(3,0)，并且和直线 $y = -2x + 9$ 垂直，求这条直线与直线 $2y + 5x = 3$ 的交点的坐标。

解：直线 $y = -2x + 9$ 的斜率是 $-2$ ，所以和它垂直的直线的斜率是 $\frac{1}{2}$ ，因此，所求的直线的方程为：

$$\text{即 } y - 0 = \frac{1}{2}(x - 3)$$

$$x - 2y = 3$$

这条直线与直线 $2y + 5x = 3$ 的交点坐标 $(x, y)$ 应满足下列方程组：

$$\begin{cases} x - 2y = 3 \\ 2y + 5x = 3 \end{cases}$$

解这个方程组，求得 $x = 1, y = -1$ ，

$\therefore$  求得的这条直线和直线 $2y + 5x = 3$ 的交点坐标是 $(1, -1)$

八、(1) 已知  $\frac{dy}{dx} = xe^x + 2\cos x + 3x^2$ ，求 $y$

解：在已知等式两边积分，得到

$$\begin{aligned} y &= \int (xe^x + 2\cos x + 3x^2) dx \\ &= e^x(x-1) + 2\sin x + x^3 + C \end{aligned}$$

其中 $C$ 是任意常数

(2) 过点 $p(4,0)$ 向曲线 $x^2 + y^2 = 1$ 作切线，求切线方程，

解：设切点为 $(x_0, y_0)$ ，则切线方程是

$$x_0x + y_0y = 1 \quad (1)$$

因为 $(x_0, y_0)$ 在曲线上，因此  $x_0^2 + y_0^2 = 1$  (2)

又因 $p(4,0)$ 点在所求的切线上，所以 $(4,0)$ 应适合方程(1)：

$$x_0 \cdot 4 + y_0 \cdot 0 = 1 \quad (3)$$

由(3)求得 $x_0 = \frac{1}{4}$ ，代入(2)，求得 $y_0 = \pm\sqrt{15}$

因此切点坐标为 $(\frac{1}{4}, \frac{\sqrt{15}}{4})$ 和 $(\frac{1}{4}, -\frac{\sqrt{15}}{4})$

把切点坐标代入(1)，得所求的切线方程为

$$x + \sqrt{15}y = 4$$

和

$$x - \sqrt{15}y = 4$$