西藏1977年高考数学试题解

一、计算：$(4.8-3.7)^2-\sqrt[3]{-27}\times(5-1\div5)\times(-\frac{5}{8})$

解：原式$=1.1^2-(-3)\times(5-\frac{1}{5})\times(-\frac{5}{8})=1.21-3\times\frac{24}{5}\times\frac{5}{8}=1.21-9=-7.79$

二、求分式方程$\frac{1-x}{x}=x$ 在 0 到 1 范围内精确到小数三位的根，

解：去分母、移项后得

$x^2+x-1=0$，　　　　$x=\frac{-1\pm\sqrt{5}}{2}$

经验根知$\frac{-1\pm\sqrt{5}}{2}$都是原方程的根，0 到 1 范围内的根是

$x=\frac{-1+\sqrt{5}}{2}\approx\frac{-1+2.236}{2}=0.618$

三、已知$\mathrm{Log}_{10}2=0.3010$，$\mathrm{Loe}_{10}5=0.6990$，试计算

$(2\mathrm{Log}_{10}4)(\mathrm{Log}_2 5)+\mathrm{Log}_{10}\frac{5}{2}$的值(精确到小数三位)

解：$(2\mathrm{Log}_{10}4)(\mathrm{Log}_2 5)+\mathrm{Log}_{10}\frac{5}{2}=(4\mathrm{Log}_{10}2)(\frac{\mathrm{Log}_{10}5}{\mathrm{Log}_{10}2})+\mathrm{Log}_{10}5-\mathrm{Log}_{10}2$

$=4\mathrm{Log}_{10}5+\mathrm{Log}_{10}5-\mathrm{Log}_{10}2$

$=5\mathrm{Log}_{10}5-\mathrm{Log}_{10}2=5\times0.6990-0.3010\approx3.194$

四、利用特殊角三角比，求$\sin75_{\circ}$的值

解：$\sin75^\circ=\sin(45^\circ+30^\circ)=\sin45^\circ\cos30^\circ+\cos45^\circ\sin30^\circ$

$=\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{1}{2}=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$

五、证明恒等式：$(\cos\alpha-\cos\beta)^2+(\sin\alpha-\sin\beta)^2=2-2\cos(\alpha-\beta)$

证明：$(\cos\alpha-\cos\beta)^2+(\sin\alpha-\sin\beta)^2$

$=\cos^2\alpha-2\cos\alpha\cos\beta+\cos^2\beta+\sin^2\alpha-2\sin\alpha\sin\beta+\sin^2\beta$

$=2-2(\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta)=2-2\cos(\alpha-\beta)$

$\therefore(\cos\alpha-\cos\beta)^2+(\sin\alpha-\sin\beta)^2=2-2\cos(\alpha-\beta)$

以下三题任选做二题：

六、红旗工厂要围成一个周长为120米的矩形场地可以存放原料。问矩形的长和宽应备取多

少米，才能使存放场地的面积最大？并说明这最大面积的场地是什么形状？

解：设围成的矩形场地的长为x米，则宽为 $\frac{120-2x}{2}$ 米。依题意，矩形场地的面积

$$S=x\cdot\frac{120-2x}{2}=x(60-x)=-(x-30)^2+900$$

当$x=30$(米)时，S得极大值900(米²)，这时 $\frac{120-2x}{2}=\frac{120-2\times30}{2}=30$(米)

答：矩形场地的长和宽相等，都为30米时，围成的面积最大。最大面积是900平方米

七、有一正四棱台，上底边长是40厘米，下底边长是52厘米，高是8厘米。求

(1)它的下底面的面积是多少？

(2)它的侧面积是多少？

(3)它的容积是多少？

解：(1)正四棱台的下底面是边长为52厘米的正方形，因此下底面的面积为

$S_{下底}=52^2=2704$(厘米)²

(2)正四棱台的侧面是四个全等的等腰梯形，梯形的上底为40厘米，下底为52厘米。

又因正四棱台的高为8厘米，因此等腰梯形的高是$\sqrt{\left(\frac{52-40}{2}\right)^2+8^2}=10$(厘米)

故侧面积为 $S_{侧}=4\times\frac{52+40}{2}\times10=1840$(厘米)²

(3)正四棱台的上底面积为40^2平方厘米，下底面积为52^2平方厘米，高是8厘米，因此容积为

$V=\frac{1}{3}\times8(52^2+40^2+\sqrt{52^2\times40^2})=17024$(厘米)³

答：正四棱台的下底面积是2704(厘米)²，侧面积是1840(厘米)²，容积是17024(厘米)³，

八、已知直线L_2经过点(7，1)并且与直线L_1：$y=\frac{1}{3}x+2$垂直，求直线L_2的方程

解：因为L_2与L_1垂直，所以L_2的斜率为-3，故L_2的方程可写成

$$y=-3x+b$$

其b为L_2的截矩，又L_2过(7，1)点，因此 $1=-3\times7+b$， $b=22$

$\therefore L_2$的方程是 $y=-3x+22$

参考题(不作为录取普通班学生的标准，不评分)：

(1)求证：$1^3+2^3+3^3+\cdots+n^3=\left[\frac{n(n+1)}{2}\right]^2$

证明：用数学归纳法证，

当$n=1$时，左边$=1^3=1$，右边$=\left[\frac{1\cdot(1+1)}{2}\right]^2=1$，等式成立。

假定$n=k$时等式成立，即

$$1^3+2^3+2^3+\cdots+k^3=\left[\frac{k(k+1)}{2}\right]^2$$

那么$1^3+2^3+3^3+\cdots+k^3+(k+1)^3=\left[\frac{k(k+1)}{2}\right]^2+(k+1)^3$

$$=\frac{(k+1)^2\left[k^2+4k+4\right]}{4}=\frac{(k+1)^2(k+2)^2}{4}=\left[\frac{(k+1)(k+2)}{2}\right]^2$$

即证得$n=k+1$时等式也成立。

故对任意自然数n，都有

$$1^3+2^3+3^3+\cdots+n^3=\left[\frac{n(n+1)}{2}\right]^2$$

（2）计算定积分的值$\int_0^{\frac{\pi}{4}}\cos 2x\,dx$

解：$\int_0^{\frac{\pi}{4}}\cos 2x\,dx=\frac{1}{2}\int_0^{\frac{\pi}{4}}\cos 2x\,d2x$

$$=\frac{1}{2}\sin 2x\Big|_0^{\frac{\pi}{4}}=\frac{1}{2}$$