

# 数学试卷

1. (1) 分解因式:  $x^2 - 4xy + 4y^2 - 4z^2$ .

(2) 已知正方形的边长为  $a$ , 求侧面积等于这个正方形的面积, 高等于这个正方形边长的直圆柱体的体积.

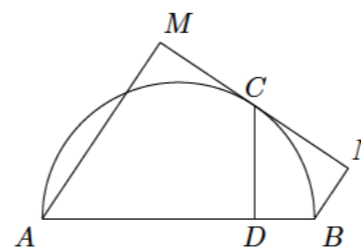
(3) 求函数  $y = \sqrt{\lg(2+x)}$  的定义域.

(4) 不查表求  $\cos 80^\circ \cos 35^\circ + \cos 10^\circ \cos 55^\circ$  的值.

(5) 化简:  $\left(\frac{1}{4}\right)^{-\frac{1}{2}} \cdot \frac{(\sqrt{4ab^{-1}})^3}{(0.1)^{-2}(a^3b^{-4})^{\frac{1}{2}}}$ .

2. 已知方程  $kx^2 + y^2 = 4$ , 其中  $k$  为实数. 对于不同范围的  $k$  值, 分别指出方程所代表图形的内形, 并画出显示其数量特征的草图.

3. 如图,  $AB$  是半圆的直径,  $C$  是半圆上一点, 直线  $MN$  切半圆于  $C$  点,  $AM \perp MN$  于  $M$  点,  $BN \perp MN$  于  $N$  点,  $CD \perp AB$  于  $D$  点, 求证:  
 (1)  $CD = CM = CN$ ;  
 (2)  $CD^2 = AM \cdot BN$ .



4. 已知  $\log_{18}9 = a$ ,  $18^b = 5$ , 求  $\log_{36}45$ .

5. 已知  $\triangle ABC$  的三个内角的大小成等差数列,  $\tan A \tan C = 2 + \sqrt{3}$ , 求角  $A, B, C$  的大小. 又已知顶点  $C$  的对边  $c$  上的高等于  $4\sqrt{3}$ , 求三角形各边  $a, b, c$  的长. (提示: 必要时可验证  $(1 + \sqrt{3})^2 = 4 + 2\sqrt{3}$ )

6. 已知  $\alpha, \beta$  为锐角,  $3\sin^2\alpha + 2\sin^2\beta = 1$ ,  $3\sin 2\alpha - 2\sin 2\beta = 0$ . 求证:  
 $\alpha + 2\beta = \frac{\pi}{2}$ .

7. 已知函数  $y = x^2 + (2m + 1)x + m^2 - 1$  ( $m$  为实数).

(1)  $m$  是什么数值时,  $y$  的极值是 0?

(2) 求证: 不论  $m$  是什么数值, 函数图象 (即抛物线) 的顶点都在同一条直线  $L_1$  上, 画出  $m = -1, 0, 1$  时抛物线的草图, 来检验这个结论;

(3) 平行于  $L_1$  的直线中, 哪些与抛物线相交, 哪些不相交? 求证: 任一条平行于  $L_1$  而与抛物线相交的直线, 被各抛物线截出的线段都相等.