

理科数学

1. 若 $(z-x)^2 - 4(x-y)(y-z) = 0$, 求证: x, y, z 成等差数列.

2. 化简: $\frac{1}{1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{1 - \csc^2 x}}}$.

3. 甲、乙二容器内都盛有酒精, 甲有 V_1 公斤, 乙有 V_2 公斤. 甲中纯酒精与水(重量)之比为 $m_1 : n_1$, 乙中纯酒精与水之比为 $m_2 : n_2$. 问将二者混合后所得液体中纯酒精与水之比是多少?

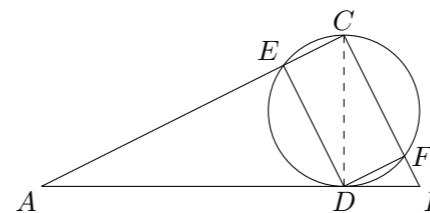
4. 叙述并证明勾股定理.

5. 外国船只除特许外不得进入离我海岸线 D 里以内的区域. 设 A 及 B 是我们的观测站, A 及 B 间的距离为 S 里, 海岸线是过 A, B 的直线, 一外国船在 P 点, 在 A 站测得 $\angle BAP = \alpha$, 同时在 B 站测得 $\angle ABP = \beta$. 问 α 及 β 满足什么简单的三角函数不等式, 就应当向此未经特许的外国船发出警告, 命令退出我海域?

6. 设三棱锥 $V-ABC$ 中, $\angle AVB = \angle BVC = \angle CVA = 90^\circ$. 求证: $\triangle ABC$ 是锐角三角形.

7. 美国的物价从 1939 年的 100 增加到四十年后 1979 年的 500, 如果每年物价增长率相同, 问每年增长百分之几?
(注意: $x < 0.1$, 可用: $\ln(1+x) \approx x$, 取 $\lg 2 = 0.3, \ln 10 = 2.3$)

8. 设 $CEDF$ 是一个已知圆的内接矩形, 过 D 作该圆的切线与 CE 的延长线相交于点 A , 与 CF 的延长线相交于点 B . 求证: $\frac{BF}{AE} = \frac{BC^3}{AC^3}$.



9. 试问数列 $\lg 100, \lg \left(100 \sin \frac{\pi}{4}\right), \lg \left(100 \sin^2 \frac{\pi}{4}\right), \dots, \lg \left(100 \sin^{n-1} \frac{\pi}{4}\right)$ 前多少项的值的和最大? 并求这最大值. ($\lg 2 = 0.301$)

10. 设等腰 $\triangle OAB$ 的顶角为 2θ , 高为 h .

- (1) $\triangle OAB$ 内有一动点 P , 到三边 OA, OB, AB 的距离分别为 $|PD|, |PF|, |PE|$, 并且满足关系 $|PD| \cdot |PF| = |PE|^2$. 求 P 点的轨迹;
- (2) 在上述轨迹中定出点 P 的坐标, 使得 $|PD| + |PE| = |PF|$.