

理科数学

- 两条异面直线, 指的是 ()
 - (A) 在空间内不相交的两条直线
 - (B) 分别位于两个不同平面内的两条直线
 - (C) 某一平面内的一条直线和这个平面外的一条直线
 - (D) 不在同一平面内的两条直线
- 方程 $x^2 - y^2 = 0$ 表示的图形是 ()
 - (A) 两条相交直线
 - (B) 两条平行直线
 - (C) 两条重合直线
 - (D) 一个点
- 三个数 a, b, c 不全为零的充要条件是 ()
 - (A) a, b, c 都不是零
 - (B) a, b, c 中最多有一个是零
 - (C) a, b, c 中只有一个是
 - (D) a, b, c 中至少有一个不是零
- 设 $\alpha = \frac{4\pi}{3}$, 则 $\arccos(\cos \alpha)$ 的值是 ()
 - (A) $\frac{4\pi}{3}$
 - (B) $-\frac{2\pi}{3}$
 - (C) $\frac{2\pi}{3}$
 - (D) $\frac{\pi}{3}$
- $0.3^2, \log_2 0.3, 2^{0.3}$ 这三个数之间的大小顺序是 ()
 - (A) $0.3^2 < 2^{0.3} < \log_2 0.3$
 - (B) $0.3^2 < \log_2 0.3 < 2^{0.3}$
 - (C) $\log_2 0.3 < 0.3^2 < 2^{0.3}$
 - (D) $\log_2 0.3 < 2^{0.3} < 0.3^2$
- (1) 在同一平面直角坐标系内, 分别画出两个方程 $y = -\sqrt{x}, x = \sqrt{-y}$ 的图形, 并写出它们交点的坐标.

(2) 在极坐标系内, 方程 $\rho = 5 \cos \theta$ 表示什么曲线? 画出它的图形.

- (1) 已知 $y = e^{-x} \sin 2x$, 求微分 dy .

(2) 一个小组共有 10 名同学, 其中 4 名是女同学, 6 名是男同学. 要从小组内选出 3 名代表, 其中至少有 1 名女同学, 求一共有多少种选法.

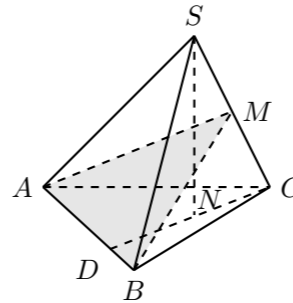
8. 计算行列式 (要求结果最简):

$$\begin{vmatrix} \sin \alpha & \cos(\alpha + \varphi) & \cos \alpha \\ \cos \beta & \sin(\beta - \varphi) & \sin \beta \\ \sin \varphi & \cos 2\varphi & \cos \varphi \end{vmatrix}$$

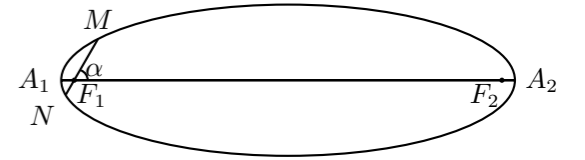
9. (1) 证明: 对于任意实数 t , 复数 $z = \sqrt{|\cos t|} + \sqrt{|\sin t|}i$ 的模 $r = |z|$ 适合 $r \leq \sqrt{2}$.

(2) 当实数 t 取什么值时, 复数 $z = \sqrt{|\cos t|} + \sqrt{|\sin t|}i$ 的幅角主值 θ 适合 $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{4}$?

10. 如图, 在三棱锥 $S-ABC$ 中, S 在底面上的射影 N 位于底面的高 CD 上; M 是侧棱 SC 上的一点, 使截面 MAB 与底面所成的角等于 $\angle NSC$, 求证: SC 垂直于截面 MAB .



11. 如图, 已知椭圆长轴 $|A_1A_2| = 6$, 焦距 $|F_1F_2| = 4\sqrt{2}$, 过椭圆焦点 F_1 作一直线, 交椭圆于两点 M, N . 设 $\angle F_2F_1M = \alpha$ ($0 \leq \alpha < \pi$), 当 α 取什么值时, $|MN|$ 等于椭圆短轴的长?



12. 已知数列 $\{a_n\}$ 的首项 $a_1 = b$ ($b \neq 0$), 它的前 n 项的和 $S_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n$ ($n \geq 1$), 并且 S_1, S_2, S_3, \dots 是一个等比数列, 其公比为 p ($p \neq 0$ 且 $|p| < 1$).

(1) 证明: $a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$ (即 $\{a_n\}$ 从第二项起) 是一个等比数列;

(2) 设 $W_n = a_1S_1 + a_2S_2 + a_3S_3 + \dots + a_nS_n$ ($n \geq 1$), 求 $\lim_{n \rightarrow \infty} W_n$ (用 b, p 表示).

13. (1) 已知 a, b 为实数, 并且 $e < a < b$, 其中 e 是自然对数的底数, 证明: $a^b > b^a$;

(2) 如果正实数 a, b 满足 $a^b = b^a$, 且 $a < 1$, 证明: $a = b$.