

一九八五年上海市普通高等学校招生统一考试题目

数 学 (文史类)

这份试题共八道大题,满分 120 分.

一、(本题满分 30 分)本题共有 10 个小题,每一个小题满分 3 分,只要求直接填写结果.

(1) 不等式 $|x+2| < 1$ 的解集是_____.

(2) 函数 $y = \sqrt[8]{x} - 1$ 的反函数是_____.

(3) 函数 $y = \operatorname{tg} 2x$ 的最小正周期是_____.

(4) 设等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = 2$, $a_2 = 5$, 则 $a_{10} =$ _____.

(5) 方程 $9^x = 3^{x+1}$ 的解是_____.

(6) 用不等号“ $>$ ”或“ $<$ ”连接: $\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{7}}$ _____

_____ $\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{6}}$.

(7) 如果一个圆的圆心在点 $(2, 4)$, 并且经过点 $(0, 3)$, 则这个圆的方程是_____.

(8) 直线 $y = -x + 3$ 的倾斜角的大小是_____.

(9) 设 $\lg 2 = a$, 则 $\log_2 25 =$ _____.

(10) 已知 O 为直角坐标系的原点, A 点的坐标为 $(1, 3)$, B 点的坐标为 $(0, 3)$, 若把 $\triangle OAB$ 绕 y 轴旋转一周, 则所得旋转体的体积是_____.

二、(本题满分 15 分)本题共有 5 个小题,每一

个小题都给出代号为 A, B, C, D 的四个结论, 其中只有一个结论是正确的. 把正确结论的代号写在题后的圆括号内, 选对得 3 分, 不选、选错或者选出的代号超过一个 (不论是否都写在圆括号内), 一律得 0 分.

- (1) 函数 $y = -\sin 2x + 3$ 的最大值是
(A) 2. (B) 3. (C) 4. (D) 5.

[答]()

(2) 设复数 $z_1 = 1 + i$, $z_2 = 1 - 3i$, 则复数 $z = z_1 \cdot z_2$ 在复平面内所表示的点位于

- (A) 第一象限. (B) 第二象限
(C) 第三象限. (D) 第四象限.

[答]()

(3) 已知函数 $f(x) = \lg x^2$ 的定义域为 F , 函数 $g(x) = 2\lg x$ 的定义域为 G , 那么

- (A) $F \cap G = \phi$. (B) $F = G$.
(C) $F \subset G$. (D) $G \subset F$.

[答]()

(4) 若一个四棱锥的底面是凸四边形, 它的顶点到底面各边的距离都相等, 则这个棱锥的底面四边形

- (A) 必为正方形. (B) 必有内切圆.
(C) 必有外接圆. (D) 必既有内切圆又有外接圆.

[答]()

(5) $a > 0$ 且 $b > 0$, 是 $ab > 0$ 的

- (A) 充分但不必要的条件.
(B) 必要但不充分的条件.
(C) 充分而且必要的条件.
(D) 既不充分又不必要的条件.

[答]()

三、(本题满分 9 分) 本题共有 2 个小题, 第(1)小题满分 4 分, 第(2)小题满分 5 分.

在平面直角坐标系内, 画出下列方程的曲线(只要求画出图形):

(1) $\frac{x}{3} - \frac{y}{2} = -1$; (2) $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4} = -1$.

四、(本题满分 20 分) 本题共有 3 个小题, 第(1)小题满分 5 分, 第(2)小题满分 7 分, 第(3)小题满分 8 分.

(1) 求 $(2 + x^2)^8$ 的展开式中 x^{10} 的系数.

(2) 从六个数字 1, 2, 3, 5, 7, 9 中任取四个不同的数字, 有多少种取法? 由这六个数字可以组成多少个没有重复数字的四位偶数?

[答] 从这六个数字中, 任取四个不同的数字, 有 _____ 种取法. 由这六个数字, 可以组成 _____ 个没有重复数字的四位偶数.

(3) 在一列球中, 第 1 个球的半径为 1, 第 2 个球的直径是第 1 个球的半径, 以后每一个球的直径都是前一个球的半径, 这样无限继续下去, 求所有这些球的表面积的和.

五、(本题满分 10 分)

如图, 直线 $a \parallel$ 直线 b , 点 P 在 a, b 所确定的平面外, $PA \perp a$, 且交 a 于 A 点; $AB \perp b$, 且交 b 于 B 点.

求证: $PB \perp b$.

六、(本题满分 12 分) 本题共有 2 个小题, 第

(1) 小题满分 4 分, 第(2)小题满分 8 分.

(1) 证明万能公式: $\sin \alpha = \frac{2\lg \frac{\alpha}{2}}{1 + \lg^2 \frac{\alpha}{2}}$.

(2) 已知: $\cos \alpha = -\frac{1}{3}$, $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$,

求: $\cos\left(\frac{\alpha}{2} + \frac{5\pi}{6}\right)$.

七、(本题满分 10 分)

设 $\triangle ABC$ 的两个内角 A, B 所对的边分别为 a, b . 若复数 z_1 的模为 a , 幅角为 B ; 复数 z_2 的模为 b , 幅角为 $-A$. 求证: $z_1 + z_2$ 为实数.

八、(本题满分 14 分)

如图, 由抛物线 $y = x^2 + 2$ 上的点 $M(x_0, y_0)$ 向直线 $y = \frac{1}{2}x$ 作垂线, 垂足为 N , 延长 MN 至 P 点, 使点 N 分线段 MP 成定比 $\lambda = \frac{MN}{NP} = 4$.

(1) 用 x_0, y_0 表示点 N 的坐标 (x_1, y_1) ;

(2) 用 x_0, y_0 和 x_1, y_1 表示点 P 的坐标 (x, y) ;

(3) 求: 当点 M 沿抛物线移动时, 点 P 的轨迹方程, 并说明轨迹是什么图形.