一九八五年上海市普通高等学校招生统一考试题目

数　　学（理工农医类）

这份试题共十道大题，满分 120 分.

一、（本题满分 30 分）本题共有 10 个小题，每一个小题满分 3 分.只要求直接填写结果.

（1）不等式 $|x+2|<1$ 的解集是______.

（2）函数 $y=\sqrt[3]{x}-1$ 的反函数是______.

（3）点(0,1)到直线 $x+y=2$ 的距离是__.

（4）函数 $y=\sin\pi x/2$ 的最小正周期是__.

（5）如果一个圆的圆心在点(2,4)，并且经过点(0,3)，那么这个圆的方程是__________.

（6）若平面 α 及这个平面外的一条直线 l 同时垂直于直线 m，则直线 l 和平面 α 的位置关系是____________.

（7）函数 $y=\sin^2x-\cos^2x$ 的最小值是__.

（8）方程 $9^x-7\cdot3^x-18=0$ 的解是____.

（9）若 $\mathrm{tg}\alpha=-2$，且 $\sin\alpha<0$，则 $\cos\alpha$ 的值是____________.

（10）已知 O 为直角坐标系的原点，点 A 的坐标为（1，3），点 B 的坐标为（0，3）．若把 $\triangle OAB$ 绕 y 轴旋转一周，则所得旋转体的体积是____________.

二、（本题满分 15 分）本题共有 5 个小题，每一个小题都给出代号为 A,B,C,D 的四个结论，其中只有一个结论是正确的，把正确结论的代号写在题后的圆括号内，选对得 3 分，不选、选错或者选出的代号超过一个（不论是否都写在圆括号内），一律得 0 分.

（1）设 z 为复数，$\bar{z}$ 是 z 的共轭复数，则 $z=\bar{z}$ 是 z 为实数的

（A）充分但不必要的条件.

（B）必要但不充分的条件.

（C）充分而且必要的条件.

（D）既不充分也不必要的条件.

［答］（　　　　）

（2）下列各式中，正确的是

（A）$\arcsin\left(-\frac{\pi}{3}\right)=-\frac{\sqrt{3}}{2}$.

（B）$\sin\left(\arcsin\frac{\pi}{3}\right)=\frac{\pi}{3}$.

（C）$\arcsin\left(\sin\frac{5\pi}{4}\right)=-\frac{\pi}{4}$.

（D）$\sin\left[\arccos\left(-\frac{1}{2}\right)\right]=-\frac{\sqrt{3}}{2}$.

［答］（　　　　）

（3）已知函数 $f(x)=\lg(x^2-3x+2)$ 的定义域为 F，函数 $g(x)=\lg(x-1)+\lg(x-2)$ 的定义域为 G，那么

（A）$F\cap G=\phi$.　　（B）$F=G$.

（C）$F\subset G$.　　（D）$G\subset F$.

［答］（

（4）若一个棱锥的底面是边数大于 3 的凸多边形，它的顶点到底面各边的距离都相等，则这个棱锥的底面多边形

（A）必为正多边形.（B）必有内切圆

（C）必有外接圆.（D）必既有内切圆又有外接圆.

［答］（　　　　）

（5）若平移坐标轴，把坐标系 xoy 的原点 O 移到点 O'，O' 在原坐标系中的坐标为（2，-1），则原坐标系中的曲线 $x=x^3$ 在新坐标系 $x'o'y'$ 中的方程是

（A）$y'+1=(x'-2)^3$.

（B）$y'+1=(x'+2)^3$.

（C）$y'-1=(x'-2)^3$.

（D）$y'-1=(x'+2)^3$.

［答］（　　　　）

三、（本题满分 9 分）本题共有 2 个小题，第(1)小题满分 5 分，第(2)小题满分 4 分.

（1）在直角坐标系内，方程 $\begin{cases}x=3\mathrm{ctg}\phi\\y=2\csc\phi\end{cases}$

(ϕ 是参数)表示什么曲线？画出它的图形.

(2) 在极坐标系内，方程$\frac{2\sin\theta}{\rho}=1$表示什么曲线？画出它的图形.

[解](1) 方程表示的曲线是：________.

(2) 方程表示的曲线是：__________.

四、(本题满分 16 分) 本题共有 3 个小题，第(1)、(2)小题满分各 5 分，第(3)小题满分 6 分.

(1) 求$\left(x^3-\frac{1}{x^2}\right)^{15}$的展开式中的常数项.

(2) 从六个数字 1,2,3,4,5,6 中任取四个不同的数字，有多少种取法？由这六个数字可以组成多少个没有重复数字的四位偶数？

[答]从这六个数字中任取四个不同的数字,有__________种取法;由这六个数字可以组成__________个没有重复数字的四位偶数.

(3) 在一列球中,第 1 个球的半径为 1，第 2 个球的直径是第 1 个球的半径，以后每一个球的直径都是前一个球的半径，这样无限继续下去,求所有这些球的表面积的和.

五、(本题满分 6 分)

设△ABC 的两个内角 A、B 所对的边分别为 a、b.若复数 z_1 的模为 a，幅角为 B;复数 z_2 的模为 b,幅角为 $-A$. 求证 z_1+z_2 为实数.

六、(本题满分 8 分)

解三角方程 $\cos^2x+\cos^2 3x=1$.

七、(本题满分 6 分)

已知函数$f(x)$对其定义域内的任意两个实数 a、b,当 $a<b$ 时，都有 $f(a)<f(b)$. 试用反证法证明：方程 $f(x)=0$ 至多有一个实数根.

八、(本题满分 8 分)

对于一切大于 1 的自然数 n,证明：

$$\left(1+\frac{1}{3}\right)\left(1+\frac{1}{5}\right)\cdots\left(1+\frac{1}{2n-1}\right)>\frac{\sqrt{2n+1}}{2}.$$

九、(本题满分 10 分)

在三棱锥 $P-ABC$ 中,顶点P到 BC、AC、AB 的距离分别为 h_1、h_2、h_3，二面角 $P-BC-A=\alpha_1$,$P-AC-B=\alpha_2$，$P-AB-C=\alpha_3$. α_1、α_2、α_3 都是锐角，且依次成等差数列，h_1、h_2、h_3 依次成等比数列. 求证：$\alpha_1=\alpha_2=\alpha_3$.

十、(本题满分 12 分)

已知：直线 $y=x+m$ 和曲线 $x^2+2y^2+y4-1=0$ 交于 A、B 两点,P是这条直线上的点，且 $|PA|\cdot|PB|=2$. 求：当m变化时，点P的轨迹方程,并说明轨迹是什么图形.