

文科数学

- 如果正方体 $ABCD - A'B'C'D'$ 的棱长为 a , 那么四面体 $A' - ABD$ 的体积是 ()
 (A) $\frac{a^3}{2}$ (B) $\frac{a^3}{3}$ (C) $\frac{a^3}{4}$ (D) $\frac{a^3}{6}$
- $\tan x = 1$ 是 $x = \frac{5}{4}\pi$ 的 ()
 (A) 必要条件 (B) 充分条件
 (C) 充分必要条件 (D) 既不充分又不必要的条件
- 设集合 $X = \{0, 1, 2, 4, 5, 7\}$, $Y = \{1, 3, 6, 8, 9\}$, $Z = \{3, 7, 8\}$, 那么集合 $(X \cap Y) \cup Z$ 是 ()
 (A) $\{0, 1, 2, 6, 8\}$ (B) $\{3, 7, 8\}$
 (C) $\{1, 3, 7, 8\}$ (D) $\{1, 3, 6, 7, 8\}$
- 在下面给出的函数中, 哪一个函数既是区间 $(0, \frac{\pi}{2})$ 上的增函数又是以 π 为周期的偶函数 ()
 (A) $y = x^2 (x \in \mathbf{R})$ (B) $y = |\sin x| (x \in \mathbf{R})$
 (C) $y = \cos 2x (x \in \mathbf{R})$ (D) $y = e^{\sin 2x} (x \in \mathbf{R})$
- 用 1, 2, 3, 4, 5 这五个数字, 可以组成比 20000 大, 并且百位数不是数字 3 的没有重复数字的五位数, 共有 ()
 (A) 96 个 (B) 78 个 (C) 72 个 (D) 64 个
- 求函数 $y = \frac{\sqrt{4-x^2}}{x-1}$ 的定义域.
- 求圆锥曲线 $3x^2 - y^2 + 6x + 2y - 1 = 0$ 的离心率.
- 求函数 $y = -x^2 + 4x - 2$ 在区间 $[0, 3]$ 上的最大值和最小值.

9. 设 $(3x - 1)^6 = a_6x^6 + a_5x^5 + a_4x^4 + a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$, 求 $a_6 + a_5 + a_4 + a_3 + a_2 + a_1 + a_0$ 的值.

10. 设 i 是虚数单位, 求 $(1+i)^6$ 的值.

11. 设 $S_1 = 1^2$, $S_2 = 1^2 + 2^2 + 1^2$, $S_3 = 1^2 + 2^2 + 3^2 + 2^2 + 1^2$, \dots , $S_n = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 + \dots + 3^2 + 2^2 + 1^2$, \dots .
 用数学归纳法证明: 公式 $S_n = \frac{n(2n^2+1)}{3}$ 对所有的正整数 n 都成立.

12. 证明三角恒等式: $2\sin^4 x + \frac{3}{4}\sin^2 2x + 5\cos^4 x - \cos 3x \cos x = 2(1 + \cos^2 x)$.

13. 解方程: $\lg(3-x) - \lg(3+x) = \lg(1-x) - \lg(2x+1)$.

14. 解不等式: $\sqrt{2x+5} > x+1$.

15. 已知三棱锥 $V - ABC$ 的三个侧面与底面所成的二面角都是 β , 它的高是 h . 求这个三棱锥底面的内切圆半径.

16. 已知圆 $C: x^2 + y^2 + 4x - 12y + 39 = 0$ 和直线 $L: 3x - 4y + 5 = 0$. 求圆 C 关于直线 L 的对称的圆的方程.

17. 设首项为 1, 公比为 $q (q > 0)$ 的等比数列的前 n 项之和为 S_n . 又设 $T_n = \frac{S_n}{S_{n+1}}$, $n = 1, 2, \dots$. 求 $\lim_{n \rightarrow \infty} T_n$.