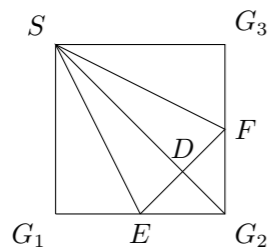


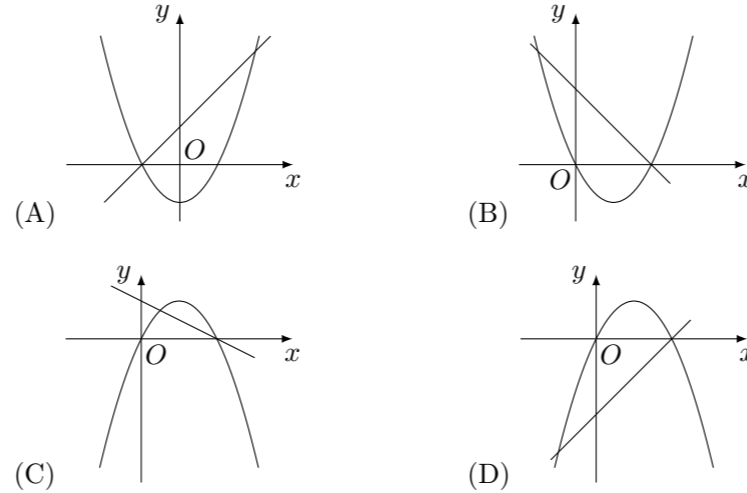
# 理科数学

- 在下列各数中, 已表示成三角形式的复数是 ( )  
 (A)  $2\left(\cos\frac{\pi}{4} - i\sin\frac{\pi}{4}\right)$  (B)  $2\left(\cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4}\right)$   
 (C)  $2\left(\sin\frac{\pi}{4} + i\cos\frac{\pi}{4}\right)$  (D)  $-2\left(\sin\frac{\pi}{4} - i\cos\frac{\pi}{4}\right)$
- 函数  $y = (0.2)^{-x} + 1$  的反函数是 ( )  
 (A)  $y = \log_5(x+1)$  (B)  $y = \log_x 5 + 1$   
 (C)  $y = \log_5(x-1)$  (D)  $y = \log_5 x - 1$
- 极坐标方程  $\rho \cos \theta = \frac{4}{3}$  表示 ( )  
 (A) 一条平行于  $x$  轴的直线 (B) 一条垂直于  $x$  轴的直线  
 (C) 一个圆 (D) 一条抛物线
- 函数  $y = \sqrt{2} \sin 2x \cos 2x$  是 ( )  
 (A) 周期为  $\frac{\pi}{2}$  的奇函数 (B) 周期为  $\frac{\pi}{2}$  的偶函数  
 (C) 周期为  $\frac{\pi}{4}$  的奇函数 (D) 周期为  $\frac{\pi}{4}$  的偶函数
- 给出 20 个数: 87, 91, 94, 88, 93, 91, 89, 87, 92, 86, 90, 92, 88, 90, 91, 86, 89, 92, 95, 88, 它们的和是 ( )  
 (A) 1789 (B) 1799 (C) 1879 (D) 1899
- 设甲是乙的充分条件, 乙是丙的充要条件, 丙是丁的必要条件, 那么丁是甲的 ( )  
 (A) 充分条件 (B) 必要条件  
 (C) 充要条件 (D) 既不充分也不必要的条件
- 如果方程  $x^2 + y^2 + Dx + Ey + F = 0$  ( $D^2 + E^2 - 4F > 0$ ) 所表示的曲线关于直线  $y = x$  对称, 那么必有 ( )  
 (A)  $D = E$  (B)  $D = F$   
 (C)  $E = F$  (D)  $D = E = F$
- 在正方形  $SG_1G_2G_3$  中,  $E$ 、 $F$  分别是  $G_1G_2$  及  $G_2G_3$  的中点,  $D$  是  $EF$  的中点, 现在沿  $SE$ 、 $SF$  及  $EF$  把这个正方形折成一个四面体, 使  $G_1$ 、 $G_2$ 、 $G_3$  三点重合, 重合后的点记为  $G$ , 那么, 在四面体  $S-EFG$  中必有 ( )



- (A)  $SG \perp \triangle EFG$  所在平面 (B)  $SD \perp \triangle EFG$  所在平面  
 (C)  $GF \perp \triangle SEF$  所在平面 (D)  $GD \perp \triangle SEF$  所在平面

9. 在下列各图中,  $y = ax^2 + bx$  与  $y = ax + b$  ( $ab \neq 0$ ) 的图象只可能是 ( )



10. 当  $x \in [-1, 0]$  时, 在下面关系式中正确的是 ( )

- (A)  $\pi - \arccos(-x) = \arcsin \sqrt{1-x^2}$   
 (B)  $\pi - \arcsin(-x) = \arccos \sqrt{1-x^2}$   
 (C)  $\pi - \arccos x = \arcsin \sqrt{1-x^2}$   
 (D)  $\pi - \arcsin x = \arccos \sqrt{1-x^2}$

11. 求方程  $\sqrt{25^{(x^2+x-0.5)}} = \sqrt[4]{5}$  的解.

12. 已知  $\omega = \frac{-1 - \sqrt{3}i}{2}$ , 求  $\omega^2 + \omega + 1$  的值.

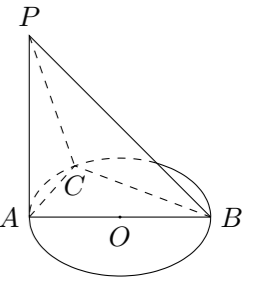
13. 在  $xOy$  平面上, 四边形  $ABCD$  的四个顶点坐标依次为  $(0,0)$ 、 $(1,0)$ 、 $(2,1)$  及  $(0,3)$ , 求这个四边形绕  $x$  轴旋转一周所得到的几何体的体积.

14. 求  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^n + (-2)^n}{3^{n+1} + (-2)^{n+1}}$ .

15. 求  $\left(2x^3 - \frac{1}{x^2}\right)^5$  展开式中的常数项.

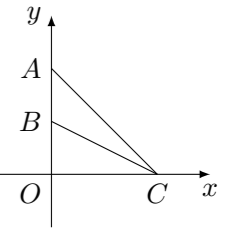
16. 已知  $\sin \theta - \cos \theta = \frac{1}{2}$ , 求  $\sin^3 \theta - \cos^3 \theta$  的值.

17. 如图,  $AB$  是圆  $O$  的直径,  $PA$  垂直于圆  $O$  所在的平面,  $C$  是圆周上不同于  $A$ 、 $B$  的任一点, 求证: 平面  $PAC$  垂直于平面  $PBC$ .



18. 当  $\sin 2x > 0$ , 求不等式  $\log_{0.5}(x^2 - 2x - 15) > \log_{0.5}(x + 13)$  的解集.

19. 如图, 在平面直角坐标系中, 在  $y$  轴的正半轴 (坐标原点除外) 上给定两点  $A$ 、 $B$  试在  $x$  轴的正半轴 (坐标原点除外) 上求点  $C$ , 使  $\angle ACB$  取得最大值.



20. 已知集合  $A$  和集合  $B$  各含有 12 个元素,  $A \cup B$  含有 4 个元素, 试求同时满足下面两个条件的集合  $C$  的个数:  
 (1)  $C \subseteq A \cup B$  且  $C$  中含有 3 个元素,  
 (2)  $C \cap A \neq \emptyset$  ( $\emptyset$  表示空集).

21. 过点  $M(-1,0)$  的直线  $L_1$  与抛物线  $y^2 = 4x$  交于  $P_1$ 、 $P_2$  两点. 记: 线段  $P_1P_2$  的中点为  $P$ ; 过点  $P$  和这个抛物线的焦点  $F$  的直线为  $L_2$ ;  $L_1$  的斜率为  $k$ . 试把直线  $L_2$  的斜率与直线  $L_1$  的斜率之比表示为  $k$  的函数, 并指出这个函数的定义域、单调区间, 同时说明在每一单调区间上它是增函数还是减函数.

22. 已知  $x_1 > 0$ ,  $x_1 \neq 1$ , 且  $x_{n+1} = \frac{x_n(x_n^2 + 3)}{3x_n^2 + 1}$ , ( $n = 1, 2, \dots$ ). 试证: 数列  $\{x_n\}$  或者对任意自然数  $n$  都满足  $x_n < x_{n+1}$ , 或者对任意自然数  $n$  都满足  $x_n > x_{n+1}$ .

## 附加题

23. 求  $y = x \arctan x^2$  的导数.

24. 求过点  $(-1,0)$  并与曲线  $y = \frac{x+1}{x+2}$  相切的直线方程.