附录Ⅱ　一九八六年广东省高考数学（文史类）试题与解答

试　　题

第一卷

一、（本题满分50分）　本题共有25个小题．每一个小题都给出代号为A、B、C、D、E的五个结论，其中只有一个结论是正确的，请把正确结论的代号选出，并在答题卷中的相应位置上涂黑（每个小题选对得2分，不选，选错或者选出的代号超过一个，一律得0分）．

（1）方程 $2^{2x+1}-9\times 2^{x}+4=0$ 的解集是

（A）$\{2\}$．　　（B）$\{-1\}$．

（C）$\left\{\frac{1}{2}\right\}$．　　（D）$\{-1,\ 2\}$．

（E）$\left\{\frac{1}{2},\ 2\right\}$．

（2）若直线过点 $\left(\sqrt{3},\ -3\right)$ 而且倾斜角为30°，则该直线的方程为

（A）$y=\sqrt{3}x-6$．　　（B）$y=\frac{\sqrt{3}}{3}x+4$．

（C）$y=\frac{\sqrt{3}}{3}x-4$．　　（D）$y=\frac{\sqrt{3}}{3}x+2$．

（E）$y=\sqrt{3}x+4\sqrt{3}$．

(3) 两平行线$3x+4y-12=0$和$6x+8y+6=0$间的距离是

(A) $\frac{9}{5}$。　　(B) -3。

(C) 6。　　(D) 18。

(E) 3。

(4) 直角坐标方程$x^2+2x-y^2+2y=0$所表示的曲线是

(A) 椭圆。

(B) 双曲线。

(C) 互相平行的两直线。

(D) 互相垂直的两直线。

(E) 一个点。

(5) 若$\cos 2\alpha=-\frac{3}{5}$，且$\alpha\in\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$，则$\sin\alpha=$

(A) $\frac{2\sqrt{5}}{5}$。　　(B) $\frac{\sqrt{5}}{5}$。

(C) $\frac{\sqrt{5}}{10}$。　　(D) $\frac{1}{5}$。

(E) $\frac{2}{5}$。

(6) 若$P_m^3=6C_m^4$，则$m=$

(A) 6。　　(B) 7。

(C) 8。　　(D) 9。

(E) 10。

(7) 函数$y=\log_{\frac{1}{2}}x$，$x\in(0,8]$的值域是

(A) $[-3, +\infty)$.　　(B) $[3, +\infty)$.

(C) $(-\infty, -3]$.　　(D) $(-\infty, 3]$.

(E) $(0, +\infty)$.

(8) 若$A=\{x \mid |x-1|<2\}$,

$$B=\left\{x \mid \frac{x-2}{x}>0\right\},$$

则　$A\cap B=$

(A) $\{x|\ -1<x<3\}$.

(B) $\{x|\ x<0$ 或$x>2\}$.

(C) $\{x|\ -1<x<0\}$.

(D) $\{x|\ -1<x<0$ 或 $2<x<3\}$.

(E) $\{x|\ 0<x<2\}$.

(9) 从8名男医生和7名女医生中选5人组成一个医疗小组，如果这个小组中至少有2名男医生和至少有2名女医生，则不同选法的种数是

(A) $(C_8^3+C_7^2)\cdot(C_8^2+C_7^3)$.

(B) $(C_8^3+C_7^2)+(C_8^2+C_7^3)$.

(C) $C_8^2\cdot C_7^3$.

(D) $C_8^2\cdot C_7^2\cdot C_{11}^1$.

(E) $C_8^2\cdot C_7^3+C_8^3\cdot C_7^2$.

(10) 不等式$\dfrac{x^2-x-6}{-x^2-1}>0$的解集是

(A) $\{x|\ -2<x<3\}$.

(B) $\{x|\ x<-2$ 或$x>3\}$.

(C) $\{x|\ -2<x<+\infty\}$.

(D) $\{x|\ 3<x<+\infty\}$.

(E) $\{x|\ -3<x<2\}$.

(11) 复数$\sin 95^\circ + i\cos 95^\circ$的一个辐角是

(A) 95°。　　(B) -85°。

(C) 5°。　　(D) 85°。

(E) -5°。

(12) 侧面为等边三角形的正三棱锥其侧面与底面所成的二面角的余弦的值是

(A) $\frac{1}{2}$。　　(B) $\frac{\sqrt{2}}{3}$。

(C) $\frac{1}{3}$。　　(D) $\frac{\sqrt{2}}{2}$。

(E) $\frac{\sqrt{3}}{2}$。

(13) 若圆台下底面半径为4，上底面半径为1，母线长为$3\sqrt{2}$，则其体积为

(A) 15π。　　(B) 21π。

(C) 25π。　　(D) 63π。

(E) $21\sqrt{2}\pi$。

(14) sin1、cos1、tg1的大小关系是

(A) $\sin 1<\cos 1<\mathrm{tg}1$。

(B) $\mathrm{tg}1<\sin 1<\cos 1$。

(C) $\cos 1<\mathrm{tg}1<\sin 1$。

(D) $\sin 1<\mathrm{tg}1<\cos 1$。

(E) $\cos 1<\sin 1<\mathrm{tg}1$。

(15) 若$0<\alpha<\frac{\pi}{2}$，$0<\beta<\frac{\pi}{2}$，且$\mathrm{tg}\alpha=\frac{1}{7}$，$\mathrm{tg}\beta=\frac{3}{4}$

则$\alpha+\beta=$

(A) $\frac{\pi}{6}$.　　(B) $\frac{\pi}{4}$.

(C) $\frac{\pi}{3}$.　　(D) $\frac{\pi}{2}$.

(E) $\frac{3}{4}\pi$.

(16) $\frac{1+\sin 2\theta-\cos 2\theta}{1+\sin 2\theta+\cos 2\theta}=$

(A) $\mathrm{tg}\theta$.　　(B) $\mathrm{ctg}\theta$.

(C) $\sin\theta$.　　(D) $2\sin\theta$.

(E) $\sin 2\theta$.

(17) 若$\beta\in[0,2\pi)$，且$\sqrt{1-\cos^2\beta}+\sqrt{1-\sin^2\beta}=\sin\beta-\cos\beta$，则$\beta$的取值范围是

(A) $[0,\frac{\pi}{2}]$.　　(B) $[\frac{\pi}{2},\pi]$.

(C) $[\pi,\frac{3}{2}\pi]$.　　(D) $[\frac{3}{2}\pi,2\pi)$.

(E) $[\frac{\pi}{4},\frac{5}{4}\pi]$.

(18) $\mathrm{ctg}\frac{9}{8}\pi$ 的值是

(A) $\sqrt{2}-1$.　　(B) $\sqrt{3}-2$.

(C) $-1-\sqrt{2}$.　　(D) $\sqrt{2}+1$.

(E) $3-\sqrt{2}$.

(19) 函数$y=-2\cos^2x-2\sin x+\frac{9}{2}$的最小值是

(A) $\frac{5}{2}$. (B) 2.

(C) $\frac{9}{2}$. (D) 3.

(E) $\frac{1}{2}$.

(20) 椭圆$\frac{(x+1)^2}{4}+y^2=1$与抛物线$y=1-(x+1)^2$的交点的个数是

(A) 0. (B) 1.

(C) 2. (D) 3.

(E) 4.

(21) 若动圆与圆$(x+2)^2+y^2=4$相外切，且与直线$x=2$相切，则动圆圆心的轨迹方程是

(A) $y^2+8x=0$.

(B) $y^2-8x=0$.

(C) $y^2-12x+12=0$.

(D) $y^2+12x-12=0$.

(E) $y^2-6x+6=0$.

(22) 过点$A(1,-2)$及椭圆$\frac{x^2}{6}+\frac{y^2}{5}=1$的两个焦点的圆的方程是

(A) $x^2+2x+y^2=4$. (B) $x^2-2x+y^2=3$.

(C) $x^2+y^2+2y=1$. (D) $x^2+y^2-2y=1$.

(E) $x^2+y^2+2y=0$.

(23) 函数$y=\cos x+\sin x$, $x\in[0, 2\pi)$的单调下降区间(即在该区间内函数为减函数)是

(A) $\left[\frac{\pi}{2}, \frac{3}{2}\pi\right]$.　　(B) $\left[\frac{3\pi}{4}, \frac{7\pi}{4}\right]$.

(C) $[\pi, 2\pi)$.　　(D) $\left[\frac{\pi}{4}, \frac{3}{4}\pi\right]$.

(E) $\left[\frac{\pi}{4}, \frac{5}{4}\pi\right]$.

(24) 四棱锥成为正四棱锥的一个充分但不必要的条件是

(A) 各侧面是等边三角形.

(B) 底面是正方形.

(C) 各侧面三角形的顶角为45°.

(D) 各侧面是等腰三角形，底面是正方形.

(E) 顶点在底面的射影是底面四边形对角线的交点.

(25) 在空间中，下列命题成立的是

(A) 过平面α外两点，必有且只有一个平面与平面α垂直.

(B) 若直线l上两点到平面α的距离相等，则直线l必平行于平面α.

(C) 若点P到三角形三边的距离相等，则点P在该三角形所在平面的射影必然是该三角形的内心.

(D) 若直线l与平面α内的无数多条直线垂直，则直线l必垂直于平面α.

(E) 互相平行的两条直线在一个平面内的射影必然是互相平行的两条直线.

二、(本题满分20分)　本题共有10个小题，每个小题都有用横线表示的空位，请把你认为合适的内容写在横线上方的空位里．每个小题满分2分.

(1) $\sin 50^\circ \cdot \cos 10^\circ + \sin 40^\circ \cdot \sin 10^\circ$的值是________。

(2) 函数$y = 2\log_3 x$ ($x > 0$)的反函数是________。

(3) 若球内切于圆柱，则它们的表面积之比$S_{圆柱全} : S_{球}$的值是________。

(4) 中心在原点的双曲线，若其实半轴长为2，一条准线方程为$x = -\frac{1}{2}$，则该双曲线的离心率的值是________。

(5) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{\sqrt{n}}{\sqrt{n+1}+\sqrt{n}} =$ ________。

(6) 若$f\left(1+\dfrac{1}{x}\right) = \dfrac{1}{x^2} - 1$，则$f(x) =$ ________。

(7) $\left(x - \dfrac{2}{\sqrt{x}}\right)^6$ 展开式中常数项的值是________。

(8) 若$\operatorname{tg}\theta = 2$，则$\dfrac{\sin 2\theta - \cos 2\theta}{1+\cos^2\theta}$的值是________。

(9) 若等差数列$\{a_n\}$的公差为正数，且$a_3 \cdot a_7 = -12$，$a_4 + a_6 = -4$，则前20项之和S_{20}的值是________。

(10) 若$f(x) = x^2 + \lg(x + \sqrt{1+x^2})$，且$f(2) = 4.627$，则$f(-2)$的值是________。

第二卷

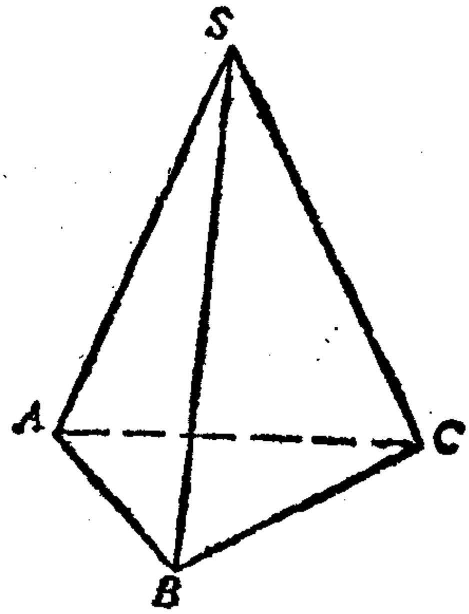
一、(本题满分12分)设有对数方程$\lg(ax) = 2\lg(x-1)$(其中a是常数)。

(1) 当$a = 2$时，解该对数方程；

(2) 证明：当$a > 0$时，对数方程有且只有一个解。

二、(本题满分13分) 在三棱锥S-ABC中，平面SAC

⊥平面ABC，$AB=AC=a$，$\angle CAB=90^\circ$，$SA=SC=b$，求：



（1）棱SB与底面ABC所成角的正切；

（2）三棱锥$S-ABC$被过S且与BC垂直的平面所截得的截面面积。

三、（本题满分13分） 设$z=1-\cos\alpha+i\sin\alpha$（$0<\alpha<\pi$）

（1）把z表示成三角形式；

（2）设数列$\{b_n\}$的通项公式是$b_n=|z^{n+1}-z^n|$，求和：$b_1+b_2+\cdots+b_n$。

四、（本题满分12分） 已知椭圆C的直角坐标方程为$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$。若过椭圆$C$的右焦点$F$的直线$l$与椭圆$C$相交于$A(x_1y_1)$、$B(x_2y_2)$两点（其中$y_1>y_2$）且满足$\frac{|AF|}{|BF|}=2$，试求直线$l$的方程。

解　　答

第一卷

一、本题考查基础知识和基本技能。

每一个小题，选对给 2 分，不选、选错或者选出的代号超过一个的，一律给 0 分。25个小题的给分之和就是本题全题的给分。

题	1	2	3	4	5	6	7	8
答	D	C	E	D	A	B	A	D
	9	10	11	12	13	14	15	16
	E	A	E	C	B	E	B	A
	17	18	19	20	21	22	23	24
	B	D	B	D	D	C	E	A
	25							
	C							

二、本题考查基础知识和基本技能，只需直接写出结果。

每一个小题，结果正确的，给 2 分。10个小题的给分之和就是本题全题的给分。

(1) $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

(2) $y=(\sqrt{3})^x\ (x\in R)$.

〔注：如写成其它等价形式的，也给 2 分。〕

(3) $\frac{3}{2}$。

(4) 4。

(5) $\frac{1}{2}$。

(6) x^2-2x。

(7) 240。

(8) $\frac{7}{6}$。

(9) 180。

(10) 3.373。

第二卷

一、本题主要考查对数函数的概念与性质、对数方程的解法和分析问题的能力。

解出第(1)小题给5分；证出第(2)小题给7分。

(1)【解】由对数定义知，必须$x-1>0$，

由　$\lg(2x)=2\lg(x-1)$，

可得　$\lg(2x)=\lg(x-1)^2$，　　(1分)

所以　$2x=(x-1)^2$，

即　$x^2-4x+1=0$。　　(2分)

解得　$x_1=2+\sqrt{3}$，

$x_2=2-\sqrt{3}$。　　(3分)

经检验可知：当$a=2$时，对数方程的解为

$x=2+\sqrt{3}$。　　(5分)

(2)【证】　由对数定义知道有

$ax>0$ 及 $x-1>0$。

因 $\lg(ax)=2\lg(x-1)$，

故 $ax=(x-1)^2$

即 $x^2-(2+a)x+1=0$。 (6分)

当$a>0$时，它的判别式

$\triangle=(2+a)^2-4=4a+a^2>0$， (7分)

故 二次方程有两个相异实根，

即 $x_1=\dfrac{2+a+\sqrt{a^2+4a}}{2}=1+\dfrac{a+\sqrt{a^2+4a}}{2}$；

$x_2=\dfrac{2+a-\sqrt{a^2+4a}}{2}=1+\dfrac{a-\sqrt{a^2+4a}}{2}$ (9分)

因 $x_1-1=\dfrac{a+\sqrt{a^2+4a}}{2}>0$；

$x_2-1=\dfrac{a-\sqrt{a^2+4a}}{2}<0$。 (11分)

经检验：x_1是对数方程的解，x_2不是对数方程的解。故当$a>0$时，对数方程有且只有一个解。 (2分)

二、本题主要考查空间中直线、平面之间的位置关系以及空间想象能力和逻辑推理能力。

解出第(1)小题给6分；解出第(2)小题给7分。

(1)【解】 在平面SAC内作 $SD\perp AC$，垂足为D。

∵ 平面$SAC\perp$平面ABC，

平面$SAC\cap$平面$ABC=AC$，

∴ $SD\perp$平面ABC。 (2分)

连BD，则BD为SB在平面ABC上的射影。因而，$\angle SBD$为SB与平面ABC所成的角。 (3分)

$\because \quad SA=SC=b,\ AB=AC=a,\ \angle CAB=90°,$

$$\therefore \quad SD=\sqrt{b^2-\frac{a^2}{4}}. \qquad (4分)$$

$$又 \quad BD=\sqrt{AD^2+AB^2}=\sqrt{\frac{a^2}{4}+a^2}=\frac{\sqrt{5}}{2}a, \qquad (5分)$$

$\because \quad SD\perp BD,$

$$\therefore \quad \operatorname{tg}\angle SBD=\frac{SD}{BD}=\frac{\sqrt{5-4b^2-a^2}}{5a}=\frac{\sqrt{20b^2-5a^2}}{5a}.$$

(6分)

(2)【解】 在平面SBC内过S作$SE\perp BC$，垂足为E，连DE。

$\because \quad SD\perp$平面ABC， $\therefore \quad SD\perp BC$。 (8分)

又 $SD\cap SE=S$， $\therefore \quad BC\perp$平面SDE。故$Rt\triangle SDE$为所求的截面。 (10分)

$\because \quad DE\perp BC$，$D$为$AC$的中点，$\angle CAB=90°$，

$$AB=AC=a, \qquad SD=\sqrt{b^2-\frac{a^2}{4}}, \qquad (11分)$$

$$\therefore \quad DE=CE=\frac{CD}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{4}a. \qquad (12分)$$

$$\therefore S_{\triangle SDE}=\frac{1}{2}SD\cdot DE=\frac{a}{16}\sqrt{8b^2-2a^2},$$

为所求的截面的面积。 (13分)

三、本题主要考查复数和数列的基本知识及推算能力。解出第(1)小题给5分，解出第(2)小题给8分。

(1)【解】

$$z=2\sin^2\frac{a}{2}+i\,2\sin\frac{a}{2}\cdot\cos\frac{a}{2} \qquad (2分)$$

$$=2\sin\frac{\alpha}{2}\left(\sin\frac{\alpha}{2}+i\cos\frac{\alpha}{2}\right)$$ (3分)

$$=2\sin\frac{\alpha}{2}\left[\cos\left(\frac{\pi}{2}-\frac{\alpha}{2}\right)+i\sin\left(\frac{\pi}{2}-\frac{\alpha}{2}\right)\right].$$ (4分)

由于 $0<\alpha<\pi$，故$\sin\frac{\alpha}{2}>0$ 因此，z的三角形式是

$$2\sin\frac{\alpha}{2}\left[\cos\left(\frac{\pi}{2}-\frac{\alpha}{2}\right)+i\sin\left(\frac{\pi}{2}-\frac{\alpha}{2}\right)\right].$$ (5分)

(2)【解】 由(1)知 $|z|=2\sin\frac{\alpha}{2}$, (6分)

又 $b_n=|z^n(z-1)|=|z^n||z-1|=|z|^n\cdot|z-1|$, (7分)

且 $|z-1|=\sqrt{\cos^2\alpha+\sin^2\alpha}=1$, (8分)

故 $b_n=2^n\sin^n\frac{\alpha}{2}$. (9分)

即数列$\{b_n\}$是以$2\sin\frac{\alpha}{2}$为首项，以$2\sin\frac{\alpha}{2}$为公比的等比数列．故 (10分)

$$S_n=b_1+b_2+\cdots+b_n$$

$$=\begin{cases} n. & \left(当\ \sin\frac{\alpha}{2}=\frac{1}{2}时\right) \\ 2\sin\frac{\alpha}{2}\left[\dfrac{1-2^n\sin^n\frac{\alpha}{2}}{1-2\sin\frac{\alpha}{2}}\right]. & \left(当\ \sin\frac{\alpha}{2}\neq\frac{1}{2}时\right)\end{cases}$$

(11分)

(13分)

即 $S_n=\begin{cases} n, & \left(\text{当}\alpha=\frac{\pi}{3}\text{时}\right) \\ 2\sin\frac{\alpha}{2}\left[\dfrac{1-2^n\sin^n\frac{\alpha}{2}}{1-2\sin\frac{\alpha}{2}}\right]. & \end{cases}$

$$\left(\text{当}\alpha\neq\frac{\pi}{3}\text{且}\alpha\in(0,\ \pi)\text{时}\right)$$

四、本题主要考查直线和二次曲线的基础知识以及逻辑推理能力和计算能力。

解出本题给12分。

【解法一】 由已知条件，可知椭圆C的右焦点F的坐标为(1,0)，可设直线l的方程为

$y=k(x-1)$ (1分)

则l与C的两个交点$A(x_1,\ y_1)$、$B(x_2,\ y_2)$的坐标应满足：

$$\begin{cases} y=k(x-1), & ① \\ \dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{3}=1. & ② \end{cases}$$

①代入②可得 $(3+4k^2)x^2-8k^2x+4k^2-12=0$ (3分)

根据韦达定理，有

$$x_1+x_2=\frac{8k^2}{3+4k^2}, \quad ③$$

$$x_1\cdot x_2=\frac{4k^2-12}{3+4k^2}. \quad ④$$ (5分)

由条件 $\dfrac{|AF|}{|BF|}=2$，可得

$$1-x_1=2(x_2-1),$$

即 $$x_1=-2x_2+3. \qquad ⑤ \qquad (7分)$$

代入③得 $x_2=\dfrac{9+4k^2}{3+4k^2}$，

再由⑤得 $x_1=\dfrac{4k^2-9}{3+4k^2}$.

将x_1，x_2代入④得 $k^2=\dfrac{5}{4}$.

故 $$k=\pm\frac{\sqrt{5}}{2}. \qquad (9分)$$

易见$x_1<x_2$，又因$y_1>y_2$，故$k=\dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}<0$， (11分)

因此l的方程为$y=-\dfrac{\sqrt{5}}{2}(x-1)$ (12分)

【解法二】 由已知条件，可知椭圆C的右焦点F的坐标为(1，0)，可设直线l的方程为

$$y=k(x-1), \qquad (1分)$$

则l与C的两个交点$A(x_1, y_1)$，$B(x_2, y_2)$的坐标应满足

$$\begin{cases} y=k(x-1), & ① \\ \dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{3}=1. & ② \end{cases}$$

因$y_1>y_2$，有$k\neq0$，由①得 $x=\dfrac{k+y}{k}$，代入②得

$$(3+4k^2)y^2+6ky-9k^2=0. \qquad (3分)$$

根据韦达定理，有

$$y_1+y_2=\frac{-6k}{3+4k^2}, \qquad ③$$

$$y_1 \cdot y_2 = \frac{-9k^2}{3+4k^2}. \qquad ④ \qquad (5分)$$

又由条件 $\frac{|AF|}{|BF|}=2$，可得

$$y_1 = -2y_2. \qquad ⑤ \qquad (7分)$$

由③和⑤得

$$y_2 = \frac{6k}{3+4k^2}, \qquad ⑥$$

$$y_1 = \frac{-12k}{3+4k^2}. \qquad ⑦$$

把⑥、⑦代入④得 $k^2 = \frac{5}{4}$，$\therefore k = \pm\frac{\sqrt{5}}{2}$. (9分)

由④及条件 $y_1 > y_2$ 可知 $y_2 < 0$，

再由⑥知 $k < 0$. (11分)

因此l的方程为 $y = -\frac{\sqrt{5}}{2}(x-1)$. (12分)