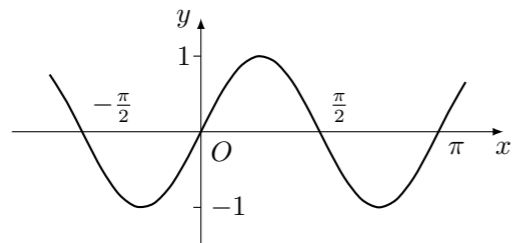


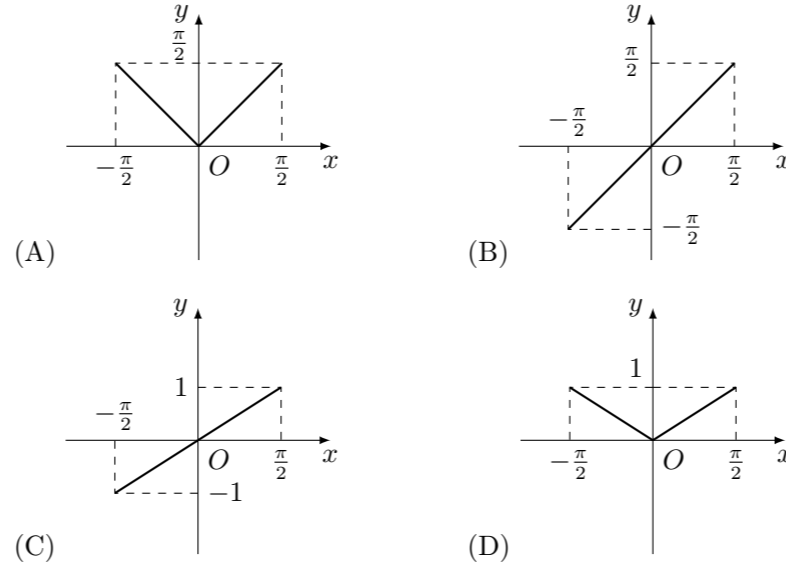
1987 普通高等学校招生考试 (全国卷理)

1. 设  $S, T$  是两个非空集合, 且  $S \not\subseteq T, T \not\subseteq S$ , 令  $X = S \cap T$ , 那么  $S \cup X$  等于 ( )  
 (A)  $X$  (B)  $T$  (C)  $\emptyset$  (D)  $S$
2. 设椭圆方程为  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ , 令  $c = \sqrt{a^2 - b^2}$ , 那么它的准线方程为 ( )  
 (A)  $y = \pm \frac{a^2}{c}$  (B)  $y = \pm \frac{b^2}{c}$   
 (C)  $x = \pm \frac{a^2}{c}$  (D)  $x = \pm \frac{b^2}{c}$
3. 设  $a, b$  是满足  $ab < 0$  的实数, 那么 ( )  
 (A)  $|a + b| > |a - b|$  (B)  $|a + b| < |a - b|$   
 (C)  $|a - b| < ||a| - |b||$  (D)  $|a - b| < |a| + |b|$
4. 已知  $E, F, G, H$  为空间中的四个点, 设命题甲: 点  $E, F, G, H$  不共面, 命题乙: 直线  $EF$  和  $GH$  不相交. 那么 ( )  
 (A) 甲是乙的充分条件, 但不是必要条件  
 (B) 甲是乙的必要条件, 但不是充分条件  
 (C) 甲是乙的充要条件  
 (D) 甲不是乙的充分条件, 也不是乙必要条件
5. 在区间  $(-\infty, 0)$  上为增函数的是 ( )  
 (A)  $y = -\log_{\frac{1}{2}}(-x)$  (B)  $y = \frac{x}{1-x}$   
 (C)  $y = -(x+1)^2$  (D)  $y = 1+x^2$
6. 要得到函数  $y = \sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)$  的图象, 只需将函数  $y = \sin 2x$  的图象 (如图) ( )



- (A) 向左平行移动  $\frac{\pi}{3}$  (B) 向右平行移动  $\frac{\pi}{3}$   
 (C) 向左平行移动  $\frac{\pi}{6}$  (D) 向右平行移动  $\frac{\pi}{6}$
7. 极坐标方程  $\rho = \sin \theta + 2 \cos \theta$  所表示的曲线是 ( )  
 (A) 直线 (B) 圆 (C) 双曲线 (D) 抛物线

8. 函数  $y = \arccos(\cos x) \left(x \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]\right)$  的图象是



9. 求函数  $y = \tan \frac{2x}{3}$  的周期.

10. 已知方程  $\frac{x^2}{2+\lambda} - \frac{y^2}{1+\lambda} = 1$  表示双曲线, 求  $\lambda$  的范围.

11. 若  $(1+x)^n$  的展开式中,  $x^3$  的系数等于  $x$  的系数的 7 倍, 求  $n$ .

12. 求极限:  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{1}{n^2+1} + \frac{2}{n^2+1} + \frac{3}{n^2+1} + \dots + \frac{2n}{n^2+1} \right)$ .

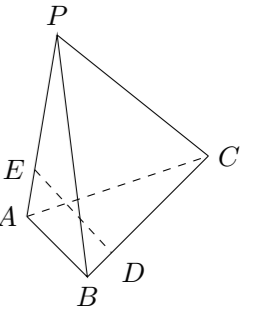
13. 在抛物线  $y = 4x^2$  上求一点, 使该点到直线  $y = 4x - 5$  的距离为最短.

14. 由数字 1, 2, 3, 4, 5 组成没有重复数字且数字 1 与 2 不相邻的五位数. 求这种五位数的个数.

15. 一个正三棱台的下底和上底的周长分别为 30 cm 和 12 cm, 而侧面积等于两底面积之差, 求斜高.

16. 求  $\sin 10^\circ \sin 30^\circ \sin 50^\circ \sin 70^\circ$  的值.

( ) 17. 如图, 三棱锥  $P-ABC$  中, 已知  $PA \perp BC, PA = BC = L, PA, BC$  的公垂线  $ED = h$ . 求证: 三棱锥  $P-ABC$  的体积  $V = \frac{1}{6}L^2h$ .



18. 设对所有实数  $x$ , 不等式  $x^2 \log_2 \frac{4(a+1)}{a} + 2x \log_2 \frac{2a}{a+1} + \log_2 \frac{(a+1)^2}{4a^2} > 0$  恒成立, 求  $a$  的取值范围.

19. 设复数  $z_1$  和  $z_2$  满足关系式  $z_1 z_2 + \bar{A} z_1 + A z_2 = 0$ , 其中  $A$  为不等于 0 的复数. 证明:

- (1)  $|z_1 + A| |z_2 + A| = |A|^2$ ;  
 (2)  $\frac{z_1 + A}{z_2 + A} = \left| \frac{z_1 + A}{z_2 + A} \right|$ .

20. 设数列  $a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$  的前  $n$  项的和  $S_n$  与  $a_n$  的关系是  $S_n = -ba_n + 1 - \frac{1}{(1+b)^n}$ , 其中  $b$  是与  $n$  无关的常数, 且  $b \neq -1$ .

- (1) 求  $a_n$  和  $a_{n-1}$  的关系式;  
 (2) 写出用  $n$  和  $b$  表示  $a_n$  的表达式;  
 (3) 当  $0 < b < 1$  时, 求极限  $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ .

21. 定长为 3 的线段  $AB$  的两端点在抛物线  $y^2 = x$  上移动, 记线段  $AB$  的中点为  $M$ , 求点  $M$  到  $y$  轴的最短距离, 并求此时点  $M$  的坐标.

附加题

22. 求极限:  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( 1 - \frac{1}{2x} \right)^x$ .

23. 设  $y = x \ln(1+x^2)$ , 求  $y'$ .