附录Ⅰ　一九八七年广东省高考数学(文史类)试题与解答

试　　题

第一卷

本卷满分50分，共有25个选择题，每题都给出代号为A，B，C，D的四个结论，其中只有一个结论是正确的。请把正确结论的代号选出，并在答题卷中的相应位置上按答题卷所规定的记号准确标示。每题选对得2分，不选、选错或者选出的代号超过一个，一律得零分。

(1) $\cos 1030^\circ =$

(A) $\cos 50^\circ$。　　(B) $-\cos 50^\circ$。

(C) $\sin 50^\circ$。　　(D) $-\sin 50^\circ$。

(2) 2^6与0.5^2的等比中项是

(A) 16。　　(B) ± 4。

(C) 2。　　(D) 4。

(3) 函数$y=\sqrt{2x-x^2}$的定义域是

(A) $(-\infty,\ 0)$。　　(B) $(0,\ 2]$。

(C) $[0,\ 2]$。　　(D) $[-2,\ 0]$。

(4) 指数方程$2\cdot 4^x-5\cdot 2^x+2=0$的解集是

(A) $\{1\}$。　　(B) $\{\frac{1}{2},\ 1\}$。

(C) $\{-1,\frac{1}{2}\}$。　　(D) $\{-1,\ 1\}$。

(5) 下列不等式中，成立的是

(A) $\sin\frac{9\pi}{7}>\sin\frac{8\pi}{7}$.

(B) $\cos\frac{9\pi}{7}>\cos\frac{8\pi}{7}$.

(C) $\sec\frac{9\pi}{7}>\sec\frac{8\pi}{7}$.

(D) $\operatorname{ctg}\frac{9\pi}{7}>\operatorname{ctg}\frac{8\pi}{7}$.

(6) 如果圆锥的高和底面直径都等于a，则该圆锥的体积是

(A) $\frac{\pi}{4}a^3$.　　(B) $\frac{\pi}{6}a^3$.

(C) $\frac{\pi}{3}a^3$.　　(D) $\frac{\pi}{12}a^3$.

(7) 在圆$x^2+y^2=4$上，与直线$4x+3y-12=0$的距离最小的点的坐标是

(A) $(\frac{8}{5}, \frac{6}{5})$.　　(B) $(\frac{8}{5}, -\frac{6}{5})$.

(C) $(-\frac{8}{5}, \frac{6}{5})$.　　(D) $(-\frac{8}{5}, -\frac{6}{5})$.

(8) 若复数z的辐角是$\frac{5}{6}\pi$，实部是$-2\sqrt{3}$，则$z=$

(A) $-2\sqrt{3}-2i$.　　(B) $-2\sqrt{3}+2i$.

(C) $-2\sqrt{3}+2\sqrt{3}i$.　　(D) $-2\sqrt{3}-2\sqrt{3}i$.

(9) 已知函数$f(x)=x^{\frac{1}{3}}$，$g(x)=\left(\frac{1}{3}\right)^x$，那么，在$(-\infty, +\infty)$上，

(A) $f(x)$和$g(x)$都是增函数。

(B) $f(x)$和$g(x)$都是减函数。

(C) $f(x)$是减函数，而$g(x)$是增函数。

(D) $f(x)$是增函数，而$g(x)$是减函数。

(10) $\dfrac{(\sin\alpha+\cos\alpha)^2-(\sin\alpha-\cos\alpha)^2}{\operatorname{tg}\alpha-\sin\alpha\cdot\cos\alpha}=$

(A) $2\operatorname{ctg}^2\alpha$。　　(B) $2\operatorname{tg}^2\alpha$。

(C) $4\operatorname{ctg}^2\alpha$。　　(D) $4\operatorname{tg}^2\alpha$。

(11) 函数$y=\sin3x+2\cos3x$的最小值是

(A) -2。　　(B) $-\sqrt{5}$。

(C) -3。　　(D) -5。

(12) 若$\operatorname{ctg}\dfrac{\theta}{2}=3$，则$\cos\theta$的值是

(A) $\dfrac{3}{5}$。　　(B) $-\dfrac{3}{5}$。

(C) $-\dfrac{4}{5}$。　　(D) $\dfrac{4}{5}$。

(13) 不等式$\dfrac{3x-1}{2-x}\geqslant1$的解集是

(A) $\left\{x\,\middle|\,\dfrac{3}{4}\leqslant x\leqslant2\right\}$。

(B) $\left\{x\,\middle|\,\dfrac{3}{4}\leqslant x<2\right\}$。

(C) $\left\{x\,\middle|\,x>2\text{或}x\leqslant\dfrac{3}{4}\right\}$。

(D) $\{x\mid x<2\}$。

(14) 设$f(x)=\frac{2x+1}{4x+3}$ ($x\in R$且$x\neq -\frac{3}{4}$)，则

$f^{-1}(2)=$

(A) $-\frac{5}{6}$.　　　　(B) $\frac{5}{11}$.

(C) $\frac{2}{5}$.　　　　(D) $-\frac{2}{5}$.

(15) 用0，1，2，3这四个数字，组成个位数不是1的没有重复数字的四位数，共有

(A) 16个.　　　　(B) 14个.

(C) 12个.　　　　(D) 10个.

(16) 抛物线$y=x^2+3x-2$的对称轴的方程是

(A) $x=\sqrt{3}$.　　　　(B) $x=-\sqrt{3}$.

(C) $x=\frac{3}{2}$.　　　　(D) $x=-\frac{3}{2}$.

(17) 设A，B是直线$3x+4y+2=0$与圆$x^2+y^2+4y=0$的两个交点，则线段AB的垂直平分线的方程是

(A) $3y-4x+2=0$.

(B) $3y-4x+6=0$.

(C) $3y+4x+6=0$.

(D) $4y+3x+8=0$.

(18) 椭圆$x^2+4y^2+4x=0$的右焦点的坐标是

(A) $(\sqrt{3}-2, 0)$.　　　　(B) $(\sqrt{3}+2, 0)$.

(C) $(\sqrt{3}, 0)$.　　　　(D) $(-\sqrt{3}, 0)$.

(19) 设双曲线的半焦距为c，两条准线的距离为d，且$c=d$，则这双曲线的离心率$e=$

(A) $\sqrt{3}$。　　(B) $\sqrt{2}$。

(C) 2。　　(D) 3。

(20) 若$\theta\in(\frac{\pi}{2},\ \frac{3}{4}\pi)$，则$\frac{x^2}{\csc\theta-2}+\frac{y^2}{2-\sec\theta}=1$所表示的曲线是

(A) 焦点在x轴上的椭圆。

(B) 焦点在y轴上的椭圆。

(C) 焦点在x轴上的双曲线。

(D) 焦点在y轴上的双曲线。

(21) 若正三棱锥的一个侧面的面积与底面的面积的比等于$\frac{2}{3}$，则这个三棱锥的侧面和底面所成的二面角是

(A) 15°。　　(B) 30°。

(C) 45°。　　(D) 60°。

(22) 设α和β是两个不重合的平面，l和m是两条不重合的直线。则$\alpha\parallel\beta$的一个充分条件是

(A) $l\subset\alpha$，$m\subset\alpha$，且$l\parallel\beta$，$m\parallel\beta$。

(B) $l\subset\alpha$，$m\subset\beta$，且$l\parallel m$。

(C) $l\perp\alpha$，$m\perp\beta$，且$l\parallel m$。

(D) $l\parallel\alpha$，$m\parallel\beta$，且$l\parallel m$。

(23) 如果实数a、b、c不全为零，那么

(A) 实数a、b、c中，至少有一个正数。

(B) 实数a、b，c中，既有正数又有负数。

(C) 实数a、b、c的乘积不是零。

(D) 实数a、b、c中，至多有两个零。

(24) 已知函数$f(x)=\sin\left(\frac{3}{4}x+\frac{5}{2}\pi\right)(x\in R)$，

$g(x)=\lg\left(\sqrt{1+x^2}-x\right)$ $(x\in R)$，则

（A）$f(x)$是奇函数，而$g(x)$既不是奇函数，又不是偶函数。

（B）$f(x)$是偶函数，而$g(x)$是奇函数。

（C）$f(x)$和$g(x)$都是奇函数。

（D）$f(x)$是偶函数，而$g(x)$既不是奇函数，又不是偶函数。

（25）若等差数列的第一、二、三项依次是$\frac{1}{x+1}$、$\frac{5}{6x}$、$\frac{1}{x}$，那么，这个等差数列的第101项的值是

（A）$50\frac{1}{3}$。　　（B）$13\frac{2}{3}$。

（C）24。　　（D）$8\frac{2}{3}$。

第二卷

考生注意：本卷共五大题，考生必须全部作答．满分70分．

一、（本题满分15分）本题共有五个小题，每个小题都有用横线表示的空位．请把你认为合适的内容写在横线上方的空位里．每个小题满分3分．

（1）若$z=\sqrt{2}+i$，则z^2的共轭复数的代数形式是

____________________．

（2）已知椭圆的两个焦点是$F_1(-2,0)$和$F_2(2,0)$，并且点$A(0,2)$在该椭圆上，那么，这个椭圆的标

准方程是______________。

(3) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{4n^3-1}{n(2n^2+1)}$的值是________。

(4) 设$(1-x)^7=a_0+a_1x+a_2x^2+a_3x^3+a_4x^4+a_5x^5+a_6x^6+a_7x^7$，则$a_0+a_2+a_4+a_6$的值是________。

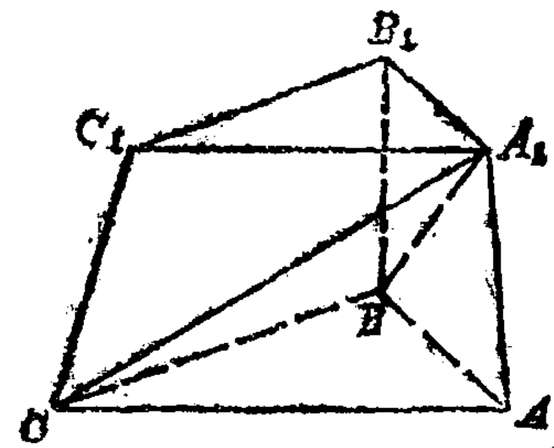
(5) 函数$y=\dfrac{2x}{1+x^2}$ $(x\in R)$的值域是__________________。

二、(本题满分12分) 设正数a，b，c满足$a^2+b^2=c^2$。

(1) 求证：$\log_2\left(1+\dfrac{b+c}{a}\right)+\log_2\left(1+\dfrac{a-c}{b}\right)=1$。

(2) 又设$\log_4\left(1+\dfrac{b+c}{a}\right)=1$，$\log_8(a+b-c)=\dfrac{2}{3}$。求$a$，$b$，和$c$的值。

三、(本题满分14分) 在三棱台$A_1B_1C_1-ABC$中，侧棱$B_1B\perp$底面ABC，且$\angle ABC=\angle AA_1C=\dfrac{\pi}{2}$，$AB=2A_1B_1=2\text{ cm}$。



(1) 求证：$BC\perp A_1B$，$BC\perp A_1A$，$A_1A\perp A_1B$。

(2) 求异面直线A_1A和BC的距离。

四、(本题满分15分) 直线l通过抛物线$y^2=2px(p\neq 0)$的焦点，并且与这抛物线相交于$A(x_1,\ y_1)$和$B(x_2,\ y_2)$两点。

(1) 求证：$y_1y_2=-p^2$。

(2) 点C在这抛物线的准线上，且AC平行于x轴，

求证：B、C和这抛物线的顶点三点共线。

五、(本题满分14分) 设 $|\theta|<\frac{\pi}{2}$，数列$\{a_n\}$的通项是

$$a_n=\sin\frac{n\pi}{2}\cdot \mathrm{tg}^n\theta,$$

记 $$S_{2n}=a_1+a_2+\cdots+a_{2n-1}+a_{2n}.$$

(1) 求证：对任何自然数n，

$$S_{2n}=\frac{1}{2}(\sin 2\theta)\left[1+(-1)^{n+1}\mathrm{tg}^{2n}\theta\right];$$

(2) 求证：当$n\geqslant 2$时，

$$a_n^2+a_{n-1}\cdot a_{n+1}+(-1)^n(a_1^n)^2=0.$$

解　　答

第一卷

一、本题考查基础知识和基本技能。

每一个小题，选对给2分，不选，选错或者选出的代号超过一个的，一律给零分。25个小题的给分之和就是本题全题的给分。

题	1	2	3	4	5	6	7
答	A	B	C	D	B	D	A
	8	9	10	11	12	13	14
	B	D	C	B	D	B	A
	15	16	17	18	19	20	21
	B	D	B	A	B	D	D

22	23	24	25
C	D	B	D

第二卷

一、本题考查基础知识和基本技能，只需直接写出结果.

每一个小题，结果正确的，给3分。5个小题的给分之和就是本题全题的给分。

(1) $1-2\sqrt{2}\,i$。　　　(2) $\dfrac{x^2}{8}+\dfrac{y^2}{4}=1$。

(3) 2。　　　(4) 64。

(5) $[-1,\ 1]$。

二、本题主要考查代数式、对数和解方程的基础知识及运算能力. 证出第(1)小题给6分，解出第(2)小题给6分.

(1)【证】

$\because a>0$、$b>0$、$c>0$、$a^2+b^2=c^2$,

$\therefore$ 左边 $=\log_2\left[\left(1+\dfrac{b+c}{a}\right)\cdot\left(1+\dfrac{a-c}{b}\right)\right]$

(2分)

$=\log_2\dfrac{(a+b)^2-c^2}{a\cdot b}$　　(1分)

$=\log_2\dfrac{a^2+2a\cdot b+b^2-a^2-b^2}{a\cdot b}$

$=\log_2 2$

$=1$

$=$右边。　　(6分)

(2) 【解法一】

由 $\log_4\left(\dfrac{a+b+c}{a}\right)=1$,

可得 $-3a+b+c=0$。 ①

由 $\log_8(a+b-c)=\dfrac{2}{3}$,

可得 $a+b-c=4$。 ②

由题设有 $a^2+b^2=c^2$。 ③ (8分)

(1)+(2)得 $b-a=2$。 ④

由①得 $c=3a-b$。 ⑤

⑤²—③得 $a(4a-3b)=0$,

$\because a>0$, $\therefore 4a-3b=0$。 ⑥ (10分)

由④、⑥解得 $b=8$, $a=6$

代入⑤得 $c=10$。 (12分)

〔解法二〕

由 $\log_4\left(\dfrac{a+b+c}{a}\right)=1$, ①

可得 $\log_2\left(\dfrac{a+b+c}{a}\right)=2$。

代入第(1)小题已证的等式，可得

$$\log_2\left(\frac{a+b-c}{b}\right)=-1,$$

$\therefore$ $a+b-c=\dfrac{1}{2}b$ ②

依设$\log_8(a+b-c)=\dfrac{2}{3}$,

$\therefore$ $\log_8\dfrac{b}{2}=\dfrac{2}{3}$,

即 $\frac{b}{2}=8^{\frac{2}{3}}=4$

得 $b=8$， （9分）

代入①可得

$-3a+c=-8$， ③

代入②可得

$a-c=-4$。 ④

由③、④解得

$a=6$，$c=10$。 （12分）

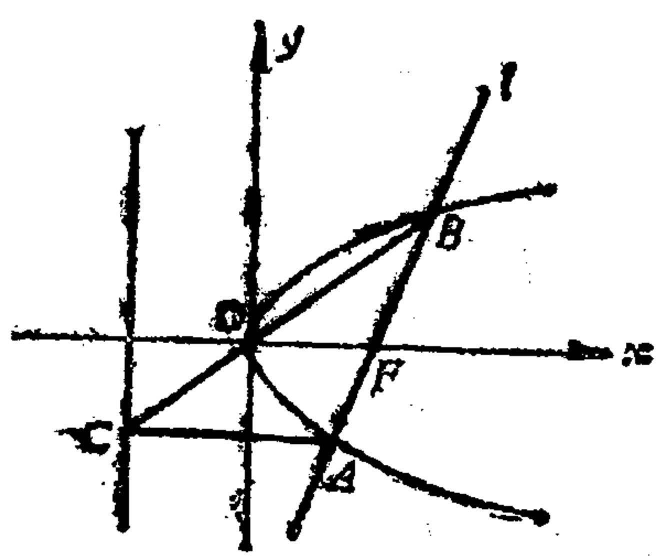
三、本题主要考查直线，平面和多面体的基础知识，以及空间想象能力和逻辑推理能力。证出第（1）小题给8分，解出第（2）小题给6分。

本题的解答见第286页理工农医类第二卷第二题的解答。

四、本题考查直线和抛物线的基础知识，以及运算能力和逻辑推理能力。证得第（1）小题给7分，证得第（2）小题给8分。

（1）〔证法一〕

以 $p>0$ 为例作图如右。



抛物线 $y^2=2px$（$p\neq 0$）的焦点为 $F\left(\frac{p}{2},\ 0\right)$，（1分）

$p\neq 0$，A、B在这抛物线上，故有

$$x_1=\frac{y_1^2}{2p},\quad x_2=\frac{y_2^2}{2p}$$

且 $y_1 \neq y_2$, $y_1 \neq 0$, $y_2 \neq 0$。

由A、B、F共线，得

$$\frac{\frac{y_1^2}{2p}-\frac{y_2^2}{2p}}{y_1-y_2}=\frac{\frac{p}{2}-\frac{y_2^2}{2p}}{0-y_2}, \qquad (5分)$$

化简得

$$y_1 \cdot y_2 + y_2^2 = -p^2 + y_2^2,$$

$$\therefore \quad y_1 \cdot y_2 = -p^2。 \qquad (7分)$$

〔注：如果把$\frac{x_1-x_2}{y_1-y_2}=\frac{\frac{p}{2}-x_2}{0-y_2}$写成$\frac{y_1-y_2}{x_1-x_2}=\frac{0-y_2}{\frac{p}{2}-x_2}$，而又没有对$x_1=x_2$的情况进行论证者，应扣2分。〕

〔证法二〕

同〔证法一〕到焦点为$F\left(\frac{p}{2}, 0\right)$。 (1分)

分两种情况讨论：

(i) 当$l \perp x$轴时，l的方程为$x=\frac{p}{2}$，代入$y^2=2px$，得$y^2=p^2$，解得$y_1=\pm p$，$y_2=\mp p$，

故 $y_1 \cdot y_2 = -p^2$。 (3分)

(ii) 当l不垂直x轴时，l的方程为：

$$y=k\left(x-\frac{p}{2}\right),\ k \neq 0。$$

故 $x=\frac{y}{k}+\frac{p}{2}$，代入$y^2=2px$，得

$$y^2-\frac{2p}{k}y-p^2=0,$$

y_1，y_2是这个方程的两个根，由韦达定理，得

$$y_1 \cdot y_2 = -p^2.$$

综上所述，证得$y_1 \cdot y_2 = -p^2$。（7分）

（2）【证法一】

抛物线 $y^2=2px$的顶点为坐标原点O，准线的方程为$x=-\frac{p}{2}$，依设$AC \parallel x$轴，故C的坐标是$\left(-\frac{p}{2}, y_1\right)$。

（10分）

由(1)知：$y_1 \cdot y_2 = -p^2$，又有$x_2=\frac{y_2^2}{2p}$，故

$$\frac{y_2-0}{x_2-0}=\frac{2p}{y_2}=\frac{2py_1}{-p^2}=\frac{y_1-0}{-\frac{p}{2}-0},$$

$\therefore B(x_2, y_2)$，$O(0,0)$，$C\left(-\frac{p}{2}, y_1\right)$三点共线，即$B$，$C$和这抛物线的顶点$O$三点共线。（15分）

【证法二】

同〔证法一〕到C的坐标是$\left(-\frac{p}{2}, y_1\right)$，（10分）

故过C，O的直线l'的方程是

$$y=-\frac{2y_1}{p}x,$$

而$y_1 \cdot y_2 = -p^2$，故$-\frac{2y_1}{p}x_2=-\frac{2y_1 \cdot y_2^2}{2p^2}=y_2$，

即$B(x_2, y_2) \in l'$。故B，C和这抛物线的顶点O三点共线。（15分）

五、本题主要考查三角函数，等比数列的基本性质及分析问题的能力。

证出第(1)小题给8分，证出第(2)小题给6分。

(1)【证法一】

首先，对于自然数k，有

$$a_{2k}=\sin\frac{2k\pi}{2}\cdot tg^{2k}\theta=0;$$ （1分）

$$a_{2k-1}=\sin\frac{(2k-1)\pi}{2}\cdot tg^{2k-1}\theta=(-1)^{k+1}tg^{2k-1}\theta.$$ （2分）

所以a_1，a_3，$\cdots a_{2k-1}$，$\cdots$是以$(-tg^2\theta)$为公比的等比数列。 （4分）

因为$|\theta|<\frac{\pi}{2}$，故$(-tg^2\theta)\neq 1$， （5分）

$$\therefore\quad S_{2n}=a_1+a_2+\cdots+a_{2n}=a_1+a_3+\cdots+a^{2n-1}$$

$$=tg\theta+(-tg^3\theta)+tg^5\theta+\cdots+(-1)^{n+1}tg^{2n-1}\theta$$

$$=\frac{tg\theta[1-(-1)^n tg^{2n}\theta]}{1-(-tg^2\theta)}=\frac{tg\theta[1+(-1)^{n+1}tg^{2n}\theta]}{1+tg^2\theta}$$

$$=\sin\theta\cdot\cos\theta\left[1+(-1)^{n+1}tg^{2n}\theta\right]$$

$$=\frac{1}{2}\left(\sin 2\theta\right)\left[1+(-1)^{n+1}tg^{2n}\theta\right].$$ （8分）

【证法二】

首先，对于自然数k，有

$$a_{2k}=\sin\frac{2k\pi}{2}\cdot tg^{2k}\theta=0;$$ （1分）

$$a_{2k-1}=\sin\frac{(2k-1)\pi}{2}\cdot tg^{2k-1}\theta=(-1)^{k+1}tg^{2k-1}\theta.$$

（2分）

以下应用数学归纳法证明

$$S_{2n}=\frac{1}{2}(\sin 2\theta)\left[1+(-1)^{n+1}tg^{2n}\theta\right]$$ （*）

(i) 当$n=1$时，(*)式左端

$S_2=a_1+a_2=\mathrm{tg}\theta+0=\mathrm{tg}\theta$，

而(*)式右端是

$$\frac{1}{2}(\sin 2\theta)\cdot\left[1+(-1)^{1+1}\mathrm{tg}^2\theta\right]=\frac{1}{2}(\sin 2\theta)\cdot\sec^2\theta$$
$$=\mathrm{tg}\theta,$$

所以，当$n=1$时(*)式成立。（4分）

(ii) 假设$n=k\geqslant 1$时(*)式成立，即有

$$S_{2k}=\frac{1}{2}(\sin 2\theta)\left[1+(-1)^{k+1}\mathrm{tg}^{2k}\theta\right]。$$

那么，当$n=k+1$时有

$$S_{2(k+1)}=S_{2k+2}=S_{2k}+a_{2k+1}+a_{2k+2}=$$
$$\frac{1}{2}(\sin 2\theta)\left[1+(-1)^{k+1}\mathrm{tg}^{2k}\theta\right]+(-1)^{k+2}\mathrm{tg}^{2k+1}\theta$$
$$=\frac{1}{2}(\sin 2\theta)+\frac{1}{2}\sin 2\theta\cdot(-1)^{k+1}\mathrm{tg}^{2k}\theta+(-1)^k\mathrm{tg}^{2k+1}\theta$$
$$=\frac{1}{2}(\sin 2\theta)+(-1)^k\mathrm{tg}^{2k}\theta\left[\mathrm{tg}\theta-\frac{1}{2}\sin 2\theta\right]$$
$$=\frac{1}{2}(\sin 2\theta)+(-1)^k\mathrm{tg}^{2k}\theta\cdot\sin\theta\left[\frac{1}{\cos\theta}-\cos\theta\right]$$
$$=\frac{1}{2}(\sin 2\theta)+(-1)^k\mathrm{tg}^{2k}\theta\cdot\mathrm{tg}^2\theta\cdot\frac{1}{2}\sin 2\theta$$
$$=\frac{1}{2}(\sin 2\theta)\left[1+(-1)^{(k+1)+1}\mathrm{tg}^{2(k+1)}\theta\right]。$$

这就是说，当$n=k+1$时，(*)式也成立.（7分）

根据(i)和(ii),可知(*)式对任何$n\in N$都成立。（8分）

(2) 【证】

当 $n=2k$时，$a_n=a_{2k}=0$，

$$a_n^2+a_{n-1}\cdot a_{n+1}+(-1)^n a_1^{2n}=a_{2k-1}\cdot a_{2k+1}+\mathrm{tg}^{4k}\theta$$

$$=\sin\frac{(2k-1)\pi}{2}\cdot\mathrm{tg}^{2k-1}\theta\cdot\sin\frac{(2k+1)\pi}{2}\cdot\mathrm{tg}^{2k+1}\theta+\mathrm{tg}^{4k}\theta$$

$$=(-1)^{k-1}\mathrm{tg}^{2k-1}\theta\cdot(-1)^k\mathrm{tg}^{2k+1}\theta+\mathrm{tg}^{4k}\theta=(-1)^{2k-1}\mathrm{tg}^{4k}\theta$$

$$+\mathrm{tg}^{4k}\theta=0。$$ （12分）

当$n=2k-1$时，$a_{n-1}\cdot a_{n+1}=0$，

$$a^2{}_n+a_{n-1}\cdot a_{n+1}+(-1)^n a_1^{2n}=a^2{}_{2k-1}+(-1)^{2k-1}\cdot\mathrm{tg}^{4k-2}\theta$$

$$=\left[(-1)^k\mathrm{tg}^{2k-1}\theta\right]^2+(-1)^{2k-1}\mathrm{tg}^{4k-2}\theta$$

$$=\mathrm{tg}^{4k-2}\theta-\mathrm{tg}^{4k-2}\theta=0。$$

（14分）