

1988 普通高等学校招生考试 (全国卷理)

1. $\left(\frac{1-i}{1+i}\right)^2$ 的值等于 ()
 (A) 1 (B) -1 (C) i (D) -i

2. 设圆 M 的方程为 $(x-3)^2 + (y-2)^2 = 2$, 直线 L 的方程为 $x+y-3=0$, 点 P 的坐标为 $(2,1)$, 那么 ()

- (A) 点 P 在直线 L 上, 但不在圆 M 上
 (B) 点 P 在圆 M 上, 但不在直线 L 上
 (C) 点 P 既在圆 M 上, 又在直线 L 上
 (D) 点 P 既不在直线 L 上, 也不在圆 M 上

3. 集合 $\{1, 2, 3\}$ 的子集共有 ()
 (A) 7 个 (B) 8 个 (C) 6 个 (D) 5 个

4. 已知双曲线方程 $\frac{x^2}{20} - \frac{y^2}{5} = 1$, 那么它的焦距是 ()
 (A) 10 (B) 5 (C) $\sqrt{15}$ (D) $2\sqrt{15}$

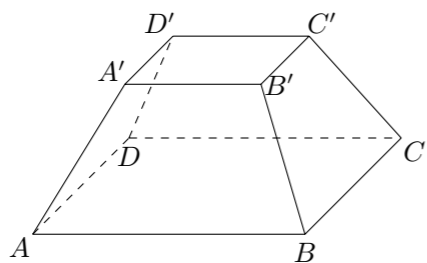
5. 在 $(x - \sqrt{3})^{10}$ 的展开式中, x^6 的系数是 ()
 (A) $-27C_{10}^6$ (B) $27C_{10}^4$ (C) $-9C_{10}^6$ (D) $9C_{10}^4$

6. 函数 $y = \cos^4 x - \sin^4 x$ 的最小正周期是 ()
 (A) π (B) 2π (C) $\frac{\pi}{2}$ (D) 4π

7. 方程 $4\cos^2 x - 4\sqrt{3}\cos x + 3 = 0$ 的解集是 ()
 (A) $\left\{x \mid x = k\pi + (-1)^k \cdot \frac{\pi}{6}, k \in \mathbf{Z}\right\}$
 (B) $\left\{x \mid x = k\pi + (-1)^k \cdot \frac{\pi}{3}, k \in \mathbf{Z}\right\}$
 (C) $\left\{x \mid x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{6}, k \in \mathbf{Z}\right\}$
 (D) $\left\{x \mid x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3}, k \in \mathbf{Z}\right\}$

8. 极坐标方程 $\rho = \frac{4}{3-2\cos\theta}$ 所表示的曲线是 ()
 (A) 圆 (B) 双曲线右支 (C) 抛物线 (D) 椭圆

9. 如图, 正四棱台中, $A'D'$ 所在的直线与 BB' 所在的直线是 ()



- (A) 相交直线 (B) 平行直线
 (C) 不互相垂直的异面直线 (D) 互相垂直的异面直线

10. $\tan\left(\arctan\frac{1}{5} + \arctan 3\right)$ 的值等于 ()

- (A) 4 (B) $\frac{1}{2}$ (C) $\frac{1}{8}$ (D) 8

11. 设命题甲: $\triangle ABC$ 的一个内角为 60° . 命题乙: $\triangle ABC$ 的三内角的度数成等差数列. 那么 ()

- (A) 甲是乙的充分条件, 但不是必要条件
 (B) 甲是乙的必要条件, 但不是充分条件
 (C) 甲是乙的充要条件
 (D) 甲不是乙的充分条件, 也不是乙的必要条件

12. 在复平面内, 若复数 z 满足 $|z+1| = |z-i|$, 则 z 所对应的点 Z 的集合构成的图形是 ()

- (A) 圆 (B) 直线 (C) 椭圆 (D) 双曲线

13. 如果曲线 $x^2 - y^2 - 2x - 2y - 1 = 0$ 经过平移坐标轴后的新方程为 $x'^2 - y'^2 = 1$, 那么新坐标系的原点在原坐标系中的坐标为 ()

- (A) $(1, 1)$ (B) $(-1, -1)$ (C) $(-1, 1)$ (D) $(1, -1)$

14. 假设在 200 件产品中有 3 件次品, 现在从中任意抽取 5 件, 其中至少有 2 件次品的抽法有 ()

- (A) $C_3^2 C_{197}^3$ 种 (B) $C_3^2 C_{197}^3 + C_3^3 C_{197}^2$ 种
 (C) $C_{200}^5 - C_{197}^5$ 种 (D) $C_{200}^5 - C_3^1 C_{197}^4$ 种

15. 已知二面角 $\alpha - AB - \beta$ 的平面角是锐角, C 是平面 α 内一点 (它不在棱 AB 上), 点 D 是点 C 在面 β 上的射影, 点 E 是棱 AB 上满足 $\angle CEB$ 为锐角的任一点, 那么 ()

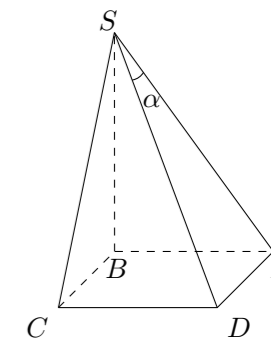
- (A) $\angle CEB > \angle DEB$
 (B) $\angle CEB = \angle DEB$
 (C) $\angle CEB < \angle DEB$
 (D) $\angle CEB$ 与 $\angle DEB$ 的大小关系不能确定

16. 求复数 $\sqrt{3} - i$ 的模和辐角的主值.

17. 解方程: $9^{-x} - 2 \cdot 3^{1-x} = 27$.

18. 已知 $\sin\theta = -\frac{3}{5}$, $3\pi < \theta < \frac{7\pi}{2}$, 求 $\tan\frac{\theta}{2}$ 的值.

19. 如图, 四棱锥 $S-ABCD$ 的底面是边长为 1 的正方形, 侧棱 SB 垂直于底面, 并且 $SB = \sqrt{3}$, 用 α 表示 $\angle ASD$, 求 $\sin\alpha$ 的值.



20. 已知等比数列 $\{a_n\}$ 的公比 $q > 1$, 并且 $a_1 = b$ ($b \neq 0$). 求

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n}{a_6 + a_7 + a_8 + \dots + a_n}$$

21. 已知 $\tan x = a$, 求 $\frac{3\sin x + \sin 3x}{3\cos x + \cos 3x}$ 的值.

22. 如图, 正三棱锥 $S-ABC$ 的侧面是边长为 a 的正三角形, D 是 SA 的中点, E 是 BC 的中点, 求 $\triangle SDE$ 绕直线 SE 旋转一周所得的旋转体的体积.

23. 设 $a > 0, a \neq 1, t > 0$, 比较 $\frac{1}{2}\log_a t$ 与 $\log_a \frac{t+1}{2}$ 的大小, 并证明你的结论.

24. 给定实数 a , 且 $a \neq 0, a \neq 1$, 设函数 $y = \frac{x-1}{ax-1}$ ($x \in \mathbf{R}$, 且 $x \neq \frac{1}{a}$). 证明:
 (1) 经过这个函数图象上任意两个不同的点的直线不平行于 x 轴;
 (2) 这个函数的图象关于直线 $y = x$ 成轴对称图形.

25. 直线 L 的方程为 $x = -\frac{p}{2}$, 其中 $p > 0$; 椭圆的中心为 $D\left(2 + \frac{p}{2}, 0\right)$, 焦点在 x 轴上, 长半轴长为 2, 短半轴长为 1, 它的一个顶点为 $A\left(\frac{p}{2}, 0\right)$. 问 p 在哪个范围内取值时, 椭圆上有四个不同的点, 它们中每一个点到点 A 的距离等于该点到直线 L 的距离.