1989 普通高等学校招生考试 (全国卷理)

1. 如果 $I=\{a,\ b,\ c,\ d,\ e\}$, $M=\{a,\ c,\ d\}$, $N=\{b,\ d,\ e\}$, 其中 I 是全集, 那么 $\overline{M}\cap\overline{N}$ 等于 ( )

(A) $\varnothing$ (B) $\{d\}$ (C) $\{a,\ c\}$ (D) $\{b,\ e\}$

2. 与函数 $y=x$ 有相同图象的一个函数是 ( )

(A) $y=\sqrt{x^2}$ (B) $y=\dfrac{x^2}{x}$

(C) $y=a^{\log_a x}$, 其中 $a>0$, $a\neq 1$. (D) $y=\log_a a^x$, 其中 $a>0$, $a\neq 1$.

3. 如果圆锥的底面半径为 $\sqrt{2}$, 高为 2 , 那么它的侧面积是 ( )

(A) $4\sqrt{3}\pi$ (B) $2\sqrt{2}\pi$ (C) $2\sqrt{3}\pi$ (D) $4\sqrt{2}\pi$

4. $\cos\left[\arcsin\left(-\dfrac{4}{5}\right)-\arccos\left(-\dfrac{3}{5}\right)\right]$ 的值等于 ( )

(A) -1 (B) $-\dfrac{7}{25}$ (C) $\dfrac{7}{25}$ (D) $-\dfrac{\sqrt{10}}{5}$

5. 已知 $\{a_n\}$ 是等比数列, 如果 $a_1+a_2+a_3=18$, $a_2+a_3+a_4=-9$, 且 $S_n=a_1+a_2+\cdots+a_n$, 那么 $\lim\limits_{n\to\infty}S_n$ 的值等于 ( )

(A) 8 (B) 16 (C) 32 (D) 48

6. 如果 $|\cos\theta|=\dfrac{1}{5}$, $\dfrac{5}{2}\pi<\theta<3\pi$, 那么 $\sin\dfrac{\theta}{2}$ 的值等于 ( )

(A) $-\dfrac{\sqrt{10}}{5}$ (B) $\dfrac{\sqrt{10}}{5}$ (C) $-\dfrac{\sqrt{15}}{5}$ (D) $\dfrac{\sqrt{15}}{5}$

7. 设复数 z 满足关系式 $z+|\bar{z}|=2+\mathrm{i}$, 那么 z 等于 ( )

(A) $-\dfrac{3}{4}+\mathrm{i}$ (B) $\dfrac{3}{4}-\mathrm{i}$ (C) $-\dfrac{3}{4}-\mathrm{i}$ (D) $\dfrac{3}{4}+\mathrm{i}$

8. 已知球的两个平行截面的面积分别为 5π 和 8π, 它们位于球心的同一侧, 且相距为 1, 那么这个球的半径是 ( )

(A) 4 (B) 3 (C) 2 (D) 5

9. 已知椭圆的极坐标方程是 $\rho=\dfrac{5}{3-2\cos\theta}$, 那么它的短轴长是 ( )

(A) $\dfrac{10}{3}$ (B) $\sqrt{5}$ (C) $2\sqrt{5}$ (D) $2\sqrt{3}$

10. 如果双曲线 $\dfrac{x^2}{64}-\dfrac{y^2}{36}=1$ 上一点 P 到它的右焦点的距离是 8, 那么点 P 到它的右准线的距离是 ( )

(A) 10 (B) $\dfrac{32\sqrt{7}}{7}$ (C) $2\sqrt{7}$ (D) $\dfrac{32}{5}$

11. 已知 $f(x)=8+2x-x^2$, 如果 $g(x)=f(2-x^2)$, 那么 $g(x)$ ( )

(A) 在区间 $(-1,0)$ 上是减函数 (B) 在区间 $(0,1)$ 上是减函数

(C) 在区间 $(-2,0)$ 上是增函数 (D) 在区间 $(0,2)$ 上是增函数

12. 由数字 1, 2, 3, 4, 5 组成没有重复数字的五位数, 其中小于 50000 的偶数共有 ( )

(A) 60 个 (B) 48 个 (C) 36 个 (D) 24 个

13. 方程 $\sin x-\sqrt{3}\cos x=\sqrt{2}$ 的解集是______.

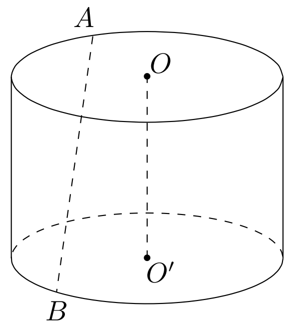
14. 不等式 $|x^2-3x|>4$ 的解集是______.

15. 函数 $y=\dfrac{\mathrm{e}^x-1}{\mathrm{e}^x+1}$ 的反函数的定义域是______.

16. 已知 $(1-2x)^7=a_0+a_1x+a_2x^2+\cdots+a_7x^7$, 那么 $a_1+a_2+\cdots+a_7=$______.

17. 已知 A 和 B 是两个命题, 如果 A 是 B 的充分条件, 那么 B 是 A 的______条件; $\overline{A}$ 是 $\overline{B}$ 的______条件.

18. 如图, 已知圆柱的底面半径是 3, 高是 4, A、B 两点分别在两底面的圆周上, 并且 $AB=5$, 那么直线 AB 与轴 OO' 之间的距离等于______.

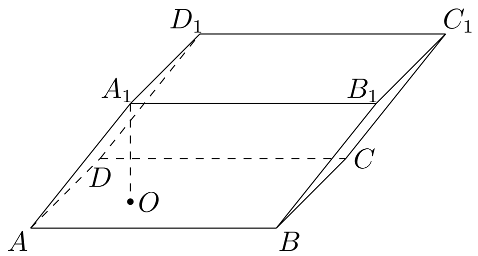


19. 证明: $\tan\dfrac{3x}{2}-\tan\dfrac{x}{2}=\dfrac{2\sin x}{\cos x+\cos 2x}$.

20. 如图, 在平行六面体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 已知 $AB=5$, $AD=4$, $AA_1=3$, $AB\perp AD$, $\angle A_1AB=\angle A_1AD=\dfrac{\pi}{3}$.

(1) 求证: 顶点 A_1 在底面 $ABCD$ 的射影 O 在 $\angle BAD$ 的平分线上;

(2) 求这个平行六面体的体积.



21. 自点 $A(-3,3)$ 发出的光线 L 射到 x 轴上, 被 x 轴反射, 其反射光线所在直线与圆 $x^2+y^2-4x-4y+7=0$ 相切, 求光线 L 所在直线的方程.

22. 已知 $a>0$, $a\neq 1$, 试求使方程 $\log_a(x-ak)=\log_{a^2}(x^2-a^2)$ 有解的 k 的取值范围.

23. 是否存在常数 a, b, c 使得等式 $1\cdot 2^2+2\cdot 3^2+\cdots+n(n+1)^2=\dfrac{n(n+1)}{12}(an^2+bn+c)$ 对一切自然数 n 都成立? 并证明你的结论.

24. 设 $f(x)$ 是定义在区间 $(-\infty,+\infty)$ 上以 2 为周期的函数, 对 $k\in\mathbf{Z}$, 用 I_k 表示区间 $(2k-1,2k+1]$, 已知当 $x\in I_0$ 时, $f(x)=x^2$.

(1) 求 $f(x)$ 在 I_k 上的解析表达式;

(2) 对自然数 k, 求集合 $M_k=\{a|$ 使方程 $f(x)=ax$ 在 I_k 上有两个不等的实根$\}$.