

(文 史 类)

[试题]

第 一 卷

本卷满分 50 分, 共有 25 道选择题, 每道都给出 A、B、C、D 的四个结论, 其中只有一个结论是正确的. 请把正确结论的代号选出, 并在答题卷中的相应位置上按答题卷所规定的记号准确标示. 每题选对得 2 分, 不选、选错或者选出的代号超过一个, 一律得 0 分.

(1) 函数 $f(x) = x^{\frac{1}{5}}$

- (A) 是奇函数而不是偶函数;
- (B) 是偶函数而不是奇函数;
- (C) 既是奇函数又是偶函数;
- (D) 既不是奇函数又不是偶函数.

(2) 函数 $y = \lg x (x > 0)$ 的值域是

(A) $(0, +\infty)$; (B) $(-\infty, 0)$;

(C) $(-\infty, +\infty)$; (D) $[0, +\infty)$.

(3) 直线 $x + \sqrt{3}y - 3 = 0$ 的倾斜角是

(A) $\frac{\pi}{6}$; (B) $\frac{\pi}{3}$;

(C) $\frac{2}{3}\pi$; (D) $\frac{5}{6}\pi$.

(4) 二面角是指

(A) 两个平面所组成的角;

(B) 经过同一直线的两个平面所组成的图形;

(C) 从一条直线出发的两个半平面所组成的图形;

(D) 两个平面所夹的不大于 90° 的角.

(5) 对数方程 $2\log_a 8 - 3\log_8 x = 1$ 的解集是

(A) $\left\{4, \frac{1}{8}\right\}$; (B) $\left\{2, \frac{\sqrt{2}}{4}\right\}$;

(C) $\left\{4, \frac{1}{4}\right\}$; (D) $\left\{2, \frac{1}{8}\right\}$.

(6) 如果 $\sin(\pi + A) = -\frac{1}{2}$, 那么 $\cos\left(\frac{3\pi}{2} - A\right) =$

(A) $\frac{1}{2}$; (B) $-\frac{1}{2}$; (C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$; (D) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$.

(7) 平移坐标轴, 把原点移到 $O'(3, -4)$, 那么点 $(3, -2)$ 的新坐标是

(A) $(6, -6)$; (B) $(-3, 4)$;

(C) $(0, -2)$; (D) $(0, 2)$.

(8) 如果直线 l 与直线 $y = 2x - 1$ 关于直线 $y = x$ 对称, 那么, l 的方程是

(A) $y = 2x - 1$; (B) $y = \frac{1}{2}x + 1$;

(C) $y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$;

(D) $y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$.

(9) 设 A 是直角坐标平面上所有的点组成的集合, 如果由 A 到 A 的一一对应映射 f , 使象集合的元素 $(y-1, x+2)$ 和原象集合的元素 (x, y) 对应, 那么, 象点 $(3, -4)$ 的原象点是

(A) $(-5, 5)$;

(B) $(-6, 4)$;

(C) $(2, -2)$;

(D) $(4, -6)$.

(10) 不等式 $(x^2 - 4x - 5)(x^2 + 8) < 0$ 的解集是

(A) $\{x | -1 < x < 5\}$;

(B) $\{x | x < -1 \text{ 或 } x > 5\}$;

(C) $\{x | 0 < x < 5\}$;

(D) $\{x | -1 < x < 0\}$.

(11) 等差数列 $\{a_n\}$ 的前项 $a_1 = 1$, 公差 $d \neq 0$, 如果 a_1, a_2, a_5 成等比数列, 那么 $d =$

(A) 3;

(B) 2;

(C) -2;

(D) 2 或 -2.

(12) 函数 $y = |x - 1|$ 的图象是

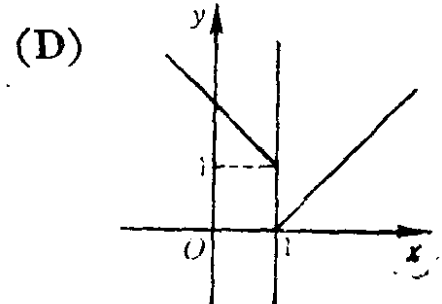
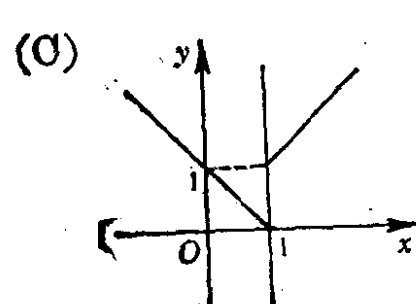
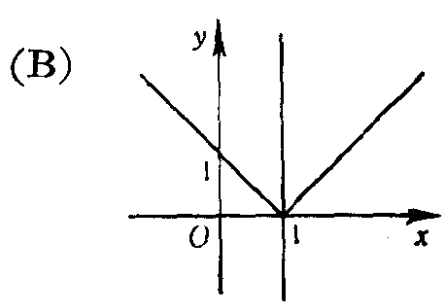
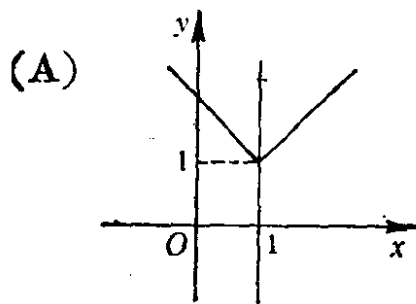


图 4-5-6

(13) 如果 a, b, c 都是正数, 那么, 在直角坐标系中, 方程 $ax + by + c = 0$ 所表示的直线不经过

- (A) 第一象限; (B) 第二象限;
(C) 第三象限; (D) 第四象限.

(14) 如果椭圆 $4x^2 + y^2 = k$ 上两点间的最大距离是 8, 那么 $k =$

- (A) 32; (B) 16; (C) 8; (D) 4.

(15) 如果双曲线经过点 $(6, \sqrt{3})$, 且它的两条渐近线方程是 $y = \pm \frac{1}{3}x$, 那么这双曲线的方程是

- (A) $\frac{x^2}{36} - \frac{y^2}{4} = 1$; (B) $\frac{x^2}{81} - \frac{y^2}{9} = 1$;
(C) $\frac{x^2}{9} - y^2 = 1$; (D) $\frac{x^2}{18} - \frac{y^2}{3} = 1$.

(16) 如果 l 和 n 是异面直线, 那么与 l, n 都垂直的直线

- (A) 不一定存在;
(B) 总共只有一条;
(C) 总共可能有一条, 也可能有两条;
(D) 必然有无穷多条.

(17) 侧面都是直角三角形的正三棱锥, 当底面边长为 a 时, 该三棱锥的全面积是

- (A) $\frac{3 + \sqrt{3}}{4} a^2$; (B) $\frac{3}{4} a^2$;
(C) $\frac{3 + 3\sqrt{3}}{2} a^2$; (D) $\frac{6 + \sqrt{3}}{4} a^2$.

(18) 如果 A 是第四象限的角, 且 $\cos A = \frac{4}{5}$, 那么 $\operatorname{tg} \frac{A}{2} =$

- (A) -3 ; (B) $\frac{1}{3}$ 或 $-\frac{1}{3}$;

(C) $\frac{1}{3}$; (D) $-\frac{1}{3}$.

(19) 函数 $y = \sin\left(x + \frac{\pi}{5}\right) \cdot \sin\left(x - \frac{\pi}{5}\right)$ 的最小正周期是

(A) 4π ; (B) 2π ; (C) π ; (D) $\frac{1}{2}\pi$.

(20) 函数 $y = 2\sin^2 x + 2\cos x - 3$ 的最大值是

(A) -1 ; (B) $-\frac{1}{2}$; (C) $\frac{1}{2}$; (D) -5 .

(21) 如果函数 $f(x) = x^2 + 2(a-1)x + 2$ 在区间 $(-\infty, 4]$ 上是减函数, 那么实数 a 的取值范围是

(A) $a \leq 3$; (B) $a \geq -3$; (C) $a \leq 5$; (D) $a \geq 3$.

(22) 如果 x, y 是实数, 那么“ $\cos x = \cos y$ ”是“ $x = y$ ”的

(A) 必要而且充分的条件;

(B) 必要但不充分的条件;

(C) 充分但不必要的条件;

(D) 既不充分也不必要的条件.

(23) 满足条件 $|z| = 1$ 及 $\left|z + \frac{1}{2}\right| = \left|z - \frac{3}{2}\right|$ 的复数 z 的集合

是

(A) $\left\{-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i, -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i\right\}$;

(B) $\left\{\frac{1}{2} + \frac{i}{2}, \frac{1}{2} - \frac{i}{2}\right\}$;

(C) $\left\{\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i, \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}i\right\}$;

(D) $\left\{\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i, \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i\right\}$.

(24) 如果 $x, y \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$, 且 $\operatorname{tg} x < \operatorname{ctg} y$, 那么

(A) $x+y > \frac{\pi}{2}$; (B) $x+y < \frac{\pi}{2}$;

(C) $x > y$; (D) $x < y$.

(25) 过抛物线 $y^2 = 4x$ 的焦点作直线交抛物线于 $A(x_1, y_1)$ 、 $B(x_2, y_2)$ 两点, 如果 $x_1 + x_2 = 6$, 那么 $|AB| =$

(A) 10; (B) 8;

(C) 6; (D) 4.

第 二 卷

本卷共五大题, 考生必须全部作答, 满分 70 分.

一、(本题满分 15 分) 本题共有 5 小题, 每小题都有用横线表示的空位, 请把你认为合适的内容写在横线上方的空位里, 每个小题满分 3 分.

(1) $\operatorname{tg} 315^\circ - \operatorname{tg}(-300^\circ) + \operatorname{ctg}(-330^\circ)$ 的值是_____.

(2) 函数 $y = \frac{1}{3x+1}$ 的反函数是_____.

(3) 过圆 $x^2 + y^2 = 12$ 上的点 $M(3, \sqrt{3})$ 作圆的切线, 这切线的方程是_____.

(4) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{n^2+1} + \frac{2}{n^2+1} + \cdots + \frac{n}{n^2+1} \right)$ 的值是_____.

(5) 由 1, 2, 3, 4 四个数字组成的没有重复数字的四位数中, 比 1234 大的共有_____个(用具体数字作答).

二、(本题满分 13 分)

设 $f(x) = a^{x-1}$, 其中常数 $a > 0$.

(1) 如果 $\{x_n\}$ 是等差数列, 求证 $\{f(x_n)\}$ 是等比数列;

(2) 如果 $a=4$, 解方程

$$4f(x) + f(-x) - 1 = 0.$$

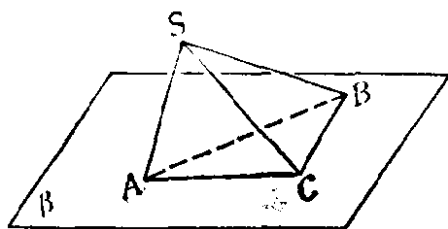


图 4-5-7

三、(本题满分 14 分)

如图,在平面 β 内有 $\triangle ABC$,在平面 β 外有点 S ,斜线 $SA \perp AC$, $SB \perp BC$,且斜线段 SA 和 SB 在 β 内的射影是等长的线段.

(1) 求证: $AC = BC$;

(2) 又设点 S 与平面 β 的距离为 3 厘米,且 $AC \perp BC$, $AB = 4$ 厘米,求线段 SO 的长.

四、(本题满分 14 分)

已知复数 $z = 1 - 2i$,其中 i 是虚数单位.

(1) 求 $\frac{2}{z+i} - \overline{(z+1)}$ 的值,并把该值表示成三角形式;

(2) 求适合不等式 $\log_{0.5} \frac{|az-i|}{\sqrt{a+1}} \leq \frac{1}{2}$ 的实数 a 的取值范围.

五、(本题满分 14 分)

设圆 O 的方程为 $x^2 - 2x \cos \theta + y^2 + 2(1 + 2 \sin \theta)y = 0$,其中 $0 \leq \theta < 2\pi$.

(1) 当 θ 变化时,求圆 O 的圆心轨迹的普通方程,并画出轨迹的草图;

(2) 如果又有圆 S :

$$x^2 + y^2 + 2y = 0,$$

求 θ 的值,使得圆 O 与圆 S 的公共弦的长度取最大值(请把满足条件的 θ 的值都求出来).

[解答]

第一卷

题号	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)	(13)
答案	A	C	D	C	A	B	D	D	C	A	B	B	A
题号	(14)	(15)	(16)	(17)	(18)	(19)	(20)	(21)	(22)	(23)	(24)	(25)	
答案	B	C	D	A	D	C	B	A	B	D	B	B	

第二卷

一、(1) -1 . (2) $y = \frac{1-x}{3x}$. (3) $3x + \sqrt{3}y = 12$. (4) $\frac{1}{2}$. (5) 23 .

二、(1) 设等差数列 $\{x_n\}$ 的公差为 d , $\because a > 0$

$$\therefore f(x_n) = a^{x_n-1} \neq 0.$$

当 $n \geq 2$ 时, $\frac{f(x_n)}{f(x_{n-1})} = \frac{a^{x_n-1}}{a^{x_{n-1}-1}} = a^d$.

$\because a^d$ 是不等于零的常数, $\therefore f(x_n)$ 是等比数列.

(2) 当 $a=4$ 时, 方程即为

$$4^x + 4^{-x-1} - 1 = 0.$$

令 $4^x = y$, 则原方程化为

$$y + \frac{1}{4y} - 1 = 0,$$

解得

$$y = \frac{1}{2}.$$

$$\therefore x = -\frac{1}{2}.$$

三、(1) 如图 4-5-8, 作 $SD \perp \beta$ 于 D , 连结 AD 、 BD , 由已知

$$AD = BD, \therefore SA = SB.$$

$$\therefore \text{Rt}\triangle SAC \cong \text{Rt}\triangle SBC.$$

$$\therefore AC = BC.$$

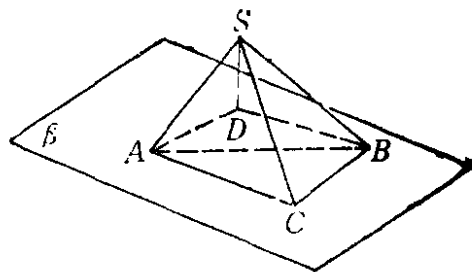


图 4-5-8

(2) \because 由三垂线定理的逆定理, 可知 $\angle DAC = \angle DBC = 90^\circ$, 又 $\angle ACB = 90^\circ$, $AC = BC$, \therefore 四边形 $ACBD$ 是正方形.

$$\therefore CD = AB = 4 \text{ cm}.$$

$$\because SD = 3 \text{ cm}, \therefore SO = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5 \text{ (cm)}.$$

四、(1) $\because z = 1 - 2i$,

$$\begin{aligned} \therefore \frac{2}{z+i} - \overline{(z+1)} &= \frac{2}{1-i} - (\bar{z}+1) \\ &= 1+i - (2+2i) \\ &= -1-i \\ &= \sqrt{2} \left(\cos \frac{5\pi}{4} + i \sin \frac{5\pi}{4} \right). \end{aligned}$$

(2) $\because z = 1 - 2i$,

$$\therefore |az - i| = \sqrt{5a^2 + 4a + 1}.$$

由已知 $\log_{0.5} \frac{|az - i|}{\sqrt{a+1}} \leq \frac{1}{2}$, 得

$$\begin{cases} \frac{\sqrt{5a^2 + 4a + 1}}{\sqrt{a+1}} \geq \sqrt{\frac{1}{2}}, \\ a+1 > 0, \\ \frac{\sqrt{5a^2 + 4a + 1}}{\sqrt{a+1}} > 0. \end{cases}$$