

1990 普通高等学校招生考试 (全国卷理)

1. 方程 $2^{\log_3 x} = \frac{1}{4}$ 的解是 ()

- (A) $x = \frac{1}{9}$ (B) $x = \frac{\sqrt{3}}{3}$ (C) $x = \sqrt{3}$ (D) $x = 9$

2. 把复数 $1 + i$ 对应的向量按顺时针方向旋转 $\frac{2\pi}{3}$, 所得到的向量对应的复数是 ()

- (A) $\frac{1-\sqrt{3}}{2} + \frac{-1+\sqrt{3}}{2}i$ (B) $\frac{-1+\sqrt{3}}{2} + \frac{-1-\sqrt{3}}{2}i$
 (C) $\frac{-1+\sqrt{3}}{2} + \frac{1-\sqrt{3}}{2}i$ (D) $\frac{1-\sqrt{3}}{2} + \frac{-1-\sqrt{3}}{2}i$

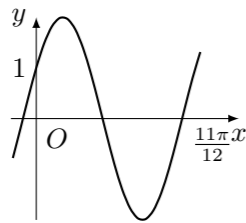
3. 如果轴截面为正方形的圆柱的侧面积是 S , 那么圆柱的体积等于 ()

- (A) $\frac{S}{2}\sqrt{S}$ (B) $\frac{S}{2}\sqrt{\frac{S}{\pi}}$ (C) $\frac{S}{4}\sqrt{S}$ (D) $\frac{S}{4}\sqrt{\frac{S}{\pi}}$

4. 方程 $\sin 2x = \sin x$ 在区间 $(0, 2\pi)$ 内的解的个数是 ()

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

5. 如图是函数 $y = 2\sin(\omega x + \varphi)$ ($|\varphi| < \frac{\pi}{2}$) 的图象, 那么 ()



- (A) $\omega = \frac{10}{11}, \varphi = \frac{\pi}{6}$ (B) $\omega = \frac{10}{11}, \varphi = -\frac{\pi}{6}$
 (C) $\omega = 2, \varphi = \frac{\pi}{6}$ (D) $\omega = 2, \varphi = -\frac{\pi}{6}$

6. 函数 $y = \frac{\sin x}{|\sin x|} + \frac{|\cos x|}{\cos x} + \frac{\tan x}{|\tan x|} + \frac{|\cot x|}{\cot x}$ 的值域是 ()

- (A) $\{-2, 4\}$ (B) $\{-2, 0, 4\}$
 (C) $\{-2, 0, 2, 4\}$ (D) $\{-4, -2, 0, 4\}$

7. 如果直线 $y = ax + 2$ 与直线 $y = 3x - b$ 关于直线 $y = x$ 对称, 那么 ()

- (A) $a = \frac{1}{3}, b = 6$ (B) $a = \frac{1}{3}, b = -6$
 (C) $a = 3, b = -2$ (D) $a = 3, b = 6$

8. 极坐标方程 $4\rho \sin^2 \frac{\theta}{2} = 5$ 表示的曲线是 ()

- (A) 圆 (B) 椭圆 (C) 双曲线的一支 (D) 抛物线

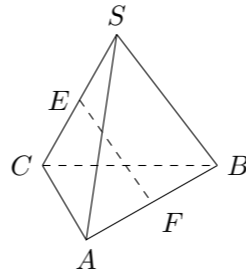
9. 设全集 $I = \{(x, y) | x, y \in \mathbf{R}\}$, 集合 $M = \{(x, y) | \frac{y-3}{x-2} = 1\}$, $N = \{(x, y) | y \neq x+1\}$. 那么 $\overline{M} \cap \overline{N}$ 等于 ()

- (A) \emptyset (B) $\{(2, 3)\}$
 (C) $(2, 3)$ (D) $\{(x, y) | y = x+1\}$

10. 如果实数 x, y 满足等式 $(x-2)^2 + y^2 = 3$, 那么 $\frac{y}{x}$ 的最大值是 ()

- (A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ (C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (D) $\sqrt{3}$

11. 如图, 正三棱锥 $S-ABC$ 的侧棱与底面边长相等, 如果 E, F 分别为 SC, AB 的中点, 那么异面直线 EF 与 SA 所成的角等于 ()



- (A) 90° (B) 60° (C) 45° (D) 30°

12. 已知 $h > 0$. 设命题甲为: 两个实数 a, b 满足 $|a-b| < 2h$; 命题乙为: 两个实数 a, b 满足 $|a-1| < h$ 且 $|b-1| < h$. 那么甲是乙的 ()

- (A) 充分不必要条件 (B) 必要不充分条件
 (C) 充要条件 (D) 既不充分也不必要条件

13. A, B, C, D, E 五人并排站成一排, 如果 B 必须站在 A 的右边 (A, B 可以不相邻), 那么不同的排法共有 ()

- (A) 24 种 (B) 60 种 (C) 90 种 (D) 120 种

14. 以一个正方体的顶点为顶点的四面体共有 ()

- (A) 70 个 (B) 64 个 (C) 58 个 (D) 52 个

15. 设函数 $y = \arctan x$ 的图象沿 x 轴正方向平移 2 个单位所得到的图象为 C' . 又设图象 C' 与 C 关于原点对称, 那么 C' 所对应的函数是 ()

- (A) $y = -\arctan(x-2)$ (B) $y = \arctan(x-2)$
 (C) $y = -\arctan(x+2)$ (D) $y = \arctan(x+2)$

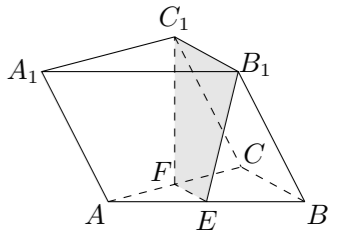
16. 双曲线 $\frac{y^2}{16} - \frac{x^2}{9} = 1$ 的准线方程是_____.

17. $(x-1) - (x-1)^2 + (x-1)^3 - (x-1)^4 + (x-1)^5$ 的展开式中, x^2 的系数等于_____.

18. 已知 $\{a_n\}$ 是公差为零的等差数列, 如果 S_n 是 $\{a_n\}$ 的前 n 项的和, 那么 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{na_n}{S_n}$ 等于_____.

19. 函数 $y = \sin x \cos x + \sin x + \cos x$ 的最大值是_____.

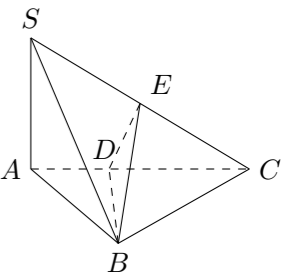
20. 如图, 三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, 若 E, F 分别为 AB, AC 的中点, 平面 EB_1C_1F 将三棱柱分成体积为 V_1, V_2 的两部分, 那么 $V_1 : V_2 =$ _____.



21. 有四个数, 其中前三个数成等差数列, 后三个数成等比数列, 并且第一个数与第四个数的和是 16, 第二个数与第三个数的和是 12. 求这四个数.

22. 已知 $\sin \alpha + \sin \beta = \frac{1}{4}$, $\cos \alpha + \cos \beta = \frac{1}{3}$, 求 $\tan(\alpha + \beta)$ 的值.

23. 如图, 在三棱锥 $S-ABC$ 中, $SA \perp$ 底面 ABC , $AB \perp BC$. DE 垂直平分 SC , 且分别交 AC, SC 于 D, E . 又 $SA = AB, SB = BC$. 求以 BD 为棱, 以 BDE 与 BDC 为面的二面角的度数.



24. 设 $a \geq 0$, 在复数集 \mathbf{C} 中解方程: $z^2 + 2|z| = a$.

25. 设椭圆的中心是坐标原点, 长轴在 x 轴上, 离心率 $e = \frac{\sqrt{3}}{2}$, 已知点 $P(0, \frac{3}{2})$ 到这个椭圆上的点的最远距离是 $\sqrt{7}$. 求这个椭圆的方程, 并求椭圆上到点 P 的距离等于 $\sqrt{7}$ 的点的坐标.

26. $f(x) = \lg \frac{1+2^x + \dots + (n-1)^x + n^x a}{n}$, 其中 a 是实数, n 是任意自然数且 $n \geq 2$.

(1) 如果 $f(x)$ 当 $x \in (-\infty, 1]$ 时有意义, 求 a 的取值范围;

(2) 如果 $a \in (0, 1]$, 证明: $2f(x) < f(2x)$ 当 $x \neq 0$ 时成立.