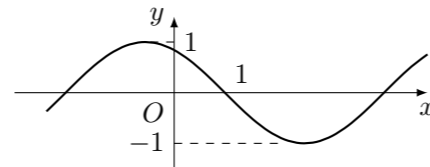


1991 普通高等学校招生考试 (三南卷)

1. $\sin 15^\circ \cos 30^\circ \sin 75^\circ$ 的值等于 ()
 (A) $\frac{\sqrt{3}}{4}$ (B) $\frac{\sqrt{3}}{8}$ (C) $\frac{1}{8}$ (D) $\frac{1}{4}$
2. 已知一个等差数列的第 5 项等于 10, 前 3 项的和等于 3, 那么 ()
 (A) 它的首项是 -2, 公差是 3 (B) 它的首项是 2, 公差是 -3
 (C) 它的首项是 -3, 公差是 2 (D) 它的首项是 3, 公差是 -2
3. 设正六棱锥的底面边长为 1, 侧棱长为 $\sqrt{5}$, 那么它的体积为 ()
 (A) $6\sqrt{3}$ (B) $2\sqrt{3}$ (C) $\sqrt{3}$ (D) 2
4. 在直角坐标系 xOy 中, 参数方程 $\begin{cases} x = 2t + 1, \\ y = 2t^2 - 1, \end{cases}$ (其中 t 是参数) 表示的曲线是 ()
 (A) 双曲线 (B) 抛物线 (C) 直线 (D) 圆
5. 设全集为自然数集 \mathbf{N} , $E = \{x \mid x = 2n, n \in \mathbf{N}\}$, $F = \{x \mid x = 4n, n \in \mathbf{N}\}$, 那么集合 N 可以表示成 ()
 (A) $E \cap F$ (B) $\bar{E} \cup F$ (C) $E \cup \bar{F}$ (D) $\bar{E} \cap \bar{F}$
6. 已知 z_1, z_2 是两个给定的复数, 且 $z_1 \neq z_2$, 它们在复平面上分别对应于点 Z_1 和点 Z_2 . 如果 z 满足方程 $|z - z_1| - |z - z_2| = 0$, 那么 z 对应的点 Z 的集合是 ()
 (A) 双曲线 (B) 线段 Z_1Z_2 的垂直平分线
 (C) 分别过 Z_1, Z_2 的两条相交直线 (D) 椭圆
7. 设 $5\pi < \theta < 6\pi$, $\cos \frac{\theta}{2} = a$, 那么 $\sin \frac{\theta}{4}$ 等于 ()
 (A) $-\frac{\sqrt{1+a}}{2}$ (B) $-\frac{\sqrt{1-a}}{2}$ (C) $-\sqrt{\frac{1+a}{2}}$ (D) $-\sqrt{\frac{1-a}{2}}$
8. 函数 $y = \sin x, x \in \left[\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right]$ 的反函数为 ()
 (A) $y = \arcsin x, x \in [-1, 1]$ (B) $y = -\arcsin x, x \in [-1, 1]$
 (C) $y = \pi + \arcsin x, x \in [-1, 1]$ (D) $y = \pi - \arcsin x, x \in [-1, 1]$
9. 复数 $z = -3 \left(\sin \frac{4}{3}\pi - i \cos \frac{4}{3}\pi \right)$ 的辐角的主值是 ()
 (A) $\frac{4}{3}\pi$ (B) $\frac{5}{3}\pi$ (C) $\frac{11}{6}\pi$ (D) $\frac{\pi}{6}$
10. 满足 $\sin \left(x - \frac{\pi}{4}\right) \geq \frac{1}{2}$ 的 x 的集合是 ()
 (A) $\left\{x \mid 2k\pi + \frac{5}{12}\pi \leq x \leq 2k\pi + \frac{13}{12}\pi, k \in \mathbf{Z}\right\}$
 (B) $\left\{x \mid 2k\pi - \frac{\pi}{12} \leq x \leq 2k\pi + \frac{7}{12}\pi, k \in \mathbf{Z}\right\}$

- (C) $\left\{x \mid 2k\pi + \frac{\pi}{6} \leq x \leq 2k\pi + \frac{5}{6}\pi, k \in \mathbf{Z}\right\}$
 (D) $\left\{x \mid 2k\pi \leq x \leq 2k\pi + \frac{\pi}{6} \text{ 或 } 2k\pi + \frac{5}{6}\pi \leq x \leq (2k+1)\pi, k \in \mathbf{Z}\right\}$

11. 点 (4, 0) 关于直线 $5x + 4y + 21 = 0$ 的对称点是 ()
 (A) (-6, 8) (B) (-8, -6) (C) (6, 8) (D) (-6, -8)
12. 极坐标方程 $4 \sin 2\theta = 3$ 表示的曲线是 ()
 (A) 二条射线 (B) 二条相交直线 (C) 圆 (D) 抛物线
13. 由数字 0, 1, 2, 3, 4, 5 组成无重复数字的六位数, 其中个位数字小于十位数字的共有 ()
 (A) 210 个 (B) 300 个 (C) 464 个 (D) 600 个
14. 如图是周期为 2π 的三角函数 $y = f(x)$ 的图象, 那么 $f(x)$ 可以写成 ()

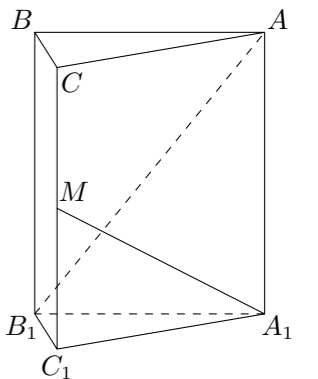


- (A) $\sin(1+x)$ (B) $\sin(-1-x)$ (C) $\sin(x-1)$ (D) $\sin(1-x)$
15. 设命题甲为 $\lg x^2 = 0$; 命题乙为 $x = 1$. 那么 ()
 (A) 甲是乙的充分条件, 但不是乙的必要条件
 (B) 甲是乙的必要条件, 但不是乙的充分条件
 (C) 甲是乙的充要条件
 (D) 甲不是乙的充分条件, 也不是乙的必要条件
16. $\left(\sqrt{x} - \frac{2}{\sqrt{x}}\right)^6$ 的展开式中常数项是 ()
 (A) -160 (B) -20 (C) 20 (D) 160
17. 体积相等的正方体, 球, 等边圆柱 (即底面直径与母线相等的圆柱) 的全面积分别为 S_1, S_2, S_3 , 那么它们的大小关系为 ()
 (A) $S_1 < S_2 < S_3$ (B) $S_1 < S_3 < S_2$ (C) $S_2 < S_3 < S_1$ (D) $S_2 < S_1 < S_3$
18. 曲线 $2y^2 + 3x + 3 = 0$ 与曲线 $x^2 + y^2 - 4x - 5 = 0$ 的公共点的个数是 ()
 (A) 4 (B) 3 (C) 2 (D) 1
19. 椭圆 $9x^2 + 16y^2 = 144$ 的离心率为 _____.
20. 设复数 $z_1 = 2 - i, z_2 = 1 - 3i$, 则复数 $\frac{i}{z_1} + \frac{\bar{z}_2}{5}$ 的虚部等于 _____.
21. 已知圆台的上, 下底面半径分别为 $r, 2r$, 侧面积等于上, 下底面积之和, 则圆台的高为 _____.
22. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n \cdot 2^n + 1}{n \cdot 3^n - 1} =$ _____.
23. 在体积为 V 的斜三棱柱 $ABC - A'B'C'$ 中, 已知 S 是侧棱 CC' 上的一点, 过点 S, A, B 的截面截得的三棱锥的体积为 V_1 , 那么过点 S, A', B' 的截面截得的三棱锥的体积为 _____.

24. 设函数 $f(x) = x^2 + x + \frac{1}{2}$ 的定义域是 $\{n, n+1\}$ (n 是自然数), 那么在 $f(x)$ 的值域中共有 _____ 个整数.
25. 已知 α, β 为锐角, $\cos \alpha = \frac{4}{5}, \tan(\alpha - \beta) = \frac{1}{3}$, 求 $\cos \beta$ 的值.

26. 解不等式: $\sqrt{5-4x-x^2} \geq x$.

27. 如图, 已知直棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中, $\angle ACB = 90^\circ, \angle BAC = 30^\circ, BC = 1, AA_1 = \sqrt{6}, M$ 是 CC_1 的中点. 求证: $AB_1 \perp A_1M$.



28. 设 $\{a_n\}$ 是等差数列, $a_1 = 1, S_n$ 是它的前 n 项和; $\{b_n\}$ 是等比数列, 其公比的绝对值小于 1, T_n 是它的前 n 项和, 如果 $a_3 = b_2, S_5 = 2T_2 - 6, \lim_{n \rightarrow \infty} T_n = 9, \{a_n\}, \{b_n\}$ 的通项公式.
29. 已知双曲线 C 的实半轴长与虚半轴的乘积为 $\sqrt{3}, C$ 的两个焦点分别为 F_1, F_2 , 直线 l 过 F_2 且与直线 F_1F_2 的夹角为 $\tan \varphi = \frac{\sqrt{21}}{2}, l$ 与线段 F_1F_2 的垂直平分线的交点是 P , 线段 PF_2 与双曲线 C 的交点为 Q , 且 $|PQ| : |QF_2| = 2 : 1$. 求双曲线 C 的方程.
30. 已知函数 $f(x) = \frac{2^x - 1}{2^x + 1}$.
 (1) 证明: $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上是增函数;
 (2) 证明: 对于任意不小于 3 的自然数 n , 都有 $f(n) > \frac{n}{n+1}$.