

1991 普通高等学校招生考试 (全国卷理)

- 已知 $\sin \alpha = \frac{4}{5}$, 并且 α 是第二象限的角, 那么 $\tan \alpha$ 的值等于 ()
 (A) $-\frac{4}{3}$ (B) $-\frac{3}{4}$ (C) $\frac{3}{4}$ (D) $\frac{4}{3}$
- 焦点在 $(-1, 0)$, 顶点在 $(1, 0)$ 的抛物线方程是 ()
 (A) $y^2 = 8(x+1)$ (B) $y^2 = -8(x+1)$
 (C) $y^2 = 8(x-1)$ (D) $y^2 = -8(x-1)$
- 函数 $y = \cos^4 x - \sin^4 x$ 的最小正周期是 ()
 (A) $\frac{\pi}{2}$ (B) π (C) 2π (D) 4π
- 如果把两条异面直线看成“一对”, 那么六棱锥的棱所在的 12 条直线中, 异面直线共有 ()
 (A) 12 对 (B) 24 对 (C) 36 对 (D) 48 对
- 函数 $y = \sin\left(2x + \frac{5\pi}{2}\right)$ 的图象的一条对称轴的方程是 ()
 (A) $x = -\frac{\pi}{2}$ (B) $x = -\frac{\pi}{4}$ (C) $x = \frac{\pi}{8}$ (D) $x = \frac{5\pi}{4}$
- 如果三棱锥 $S-ABC$ 的底面是不等边三角形, 侧面与底面所成的二面角都相等, 且顶点 S 在底面的射影 O 在 $\triangle ABC$ 内, 那么 O 是 $\triangle ABC$ 的 ()
 (A) 垂心 (B) 重心 (C) 外心 (D) 内心
- 已知 $\{a_n\}$ 是等比数列, 且 $a_n > 0$, $a_2 a_4 + 2a_3 a_5 + a_4 a_6 = 25$, 那么 $a_3 + a_5$ 的值等于 ()
 (A) 5 (B) 10 (C) 15 (D) 20
- 如果圆锥曲线的极坐标方程为 $\rho = \frac{16}{5-3\cos\theta}$, 那么它的焦点的极坐标为 ()
 (A) $(0, 0)$, $(6, \pi)$ (B) $(-3, 0)$, $(3, 0)$
 (C) $(0, 0)$, $(3, 0)$ (D) $(0, 0)$, $(6, 0)$
- 从 4 台甲型和 5 台乙型电视机中任意取出 3 台, 其中至少要有甲型与乙型电视机各 1 台, 则不同的取法共有 ()
 (A) 140 种 (B) 84 种 (C) 70 种 (D) 35 种
- 如果 $AC < 0$ 且 $BC < 0$, 那么直线 $Ax + By + C = 0$ 不通过 ()
 (A) 第一象限 (B) 第二象限 (C) 第三象限 (D) 第四象限
- 设甲、乙、丙是三个命题. 如果甲是乙的必要条件; 丙是乙的充分条件但不是乙的必要条件, 那么 ()
 (A) 丙是甲的充分条件, 但不是甲的必要条件
 (B) 丙是甲的必要条件, 但不是甲的充分条件
 (C) 丙是甲的充要条件
 (D) 丙不是甲的充分条件, 也不是甲的必要条件

- $\lim_{n \rightarrow \infty} \left[n \left(1 - \frac{1}{3}\right) \left(1 - \frac{1}{4}\right) \left(1 - \frac{1}{5}\right) \cdots \left(1 - \frac{1}{n+2}\right) \right]$ 的值等于 ()
 (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3
- 如果奇函数 $f(x)$ 在区间 $[3, 7]$ 上是增函数且最小值为 5, 那么 $f(x)$ 在区间 $[-7, -3]$ 上是 ()
 (A) 增函数且最小值为 -5 (B) 增函数且最大值为 -5
 (C) 减函数且最小值为 -5 (D) 减函数且最大值为 -5
- 圆 $x^2 + 2x + y^2 + 4y - 3 = 0$ 上到直线 $x + y + 1 = 0$ 的距离为 $\sqrt{2}$ 的点共有 ()
 (A) 1 个 (B) 2 个 (C) 3 个 (D) 4 个
- 设全集为 \mathbf{R} , $f(x) = \sin x$, $g(x) = \cos x$, $M = \{x \mid f(x) \neq 0\}$, $N = \{x \mid g(x) \neq 0\}$, 那么集合 $\{x \mid f(x)g(x) = 0\}$ 等于 ()
 (A) $\overline{M} \cap \overline{N}$ (B) $\overline{M} \cup N$ (C) $M \cup \overline{N}$ (D) $\overline{M} \cup \overline{N}$
- $\arctan \frac{1}{3} + \arctan \frac{1}{2}$ 的值是_____.
- 不等式 $6^{x^2+x-2} < 1$ 的解集是_____.
- 已知正三棱台上底面边长为 2, 下底面边长为 4, 且侧棱与底面所成的角是 45° , 那么这个正三棱台的体积等于_____.
- $(ax+1)^7$ 的展开式中, x^3 的系数是 x^2 的系数与 x^4 的系数的等差中项. 若实数 $a > 1$, 那么 $a =$ _____.
- 在球面上有四个点 P, A, B, C , 如果 PA, PB, PC 两两互相垂直, 且 $PA = PB = PC = a$. 那么这个球面的面积是_____.
- 求函数 $y = \sin^2 x + 2 \sin x \cos x + 3 \cos^2 x$ 的最小值, 并写出使函数 y 取最小值的 x 的集合.
- 已知复数 $z = 1 + i$, 求复数 $\frac{z^2 - 3z + 6}{z + 1}$ 的模和辐角的主值.

23. 已知 $ABCD$ 是边长为 4 的正方形, E, F 分别是 AB, AD 的中点, GC 垂直于 $ABCD$ 所在的平面, 且 $GC = 2$. 求点 B 到平面 EFG 的距离.

24. 根据函数单调性的定义, 证明函数 $f(x) = -x^3 + 1$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上是减函数.

25. 已知 n 为自然数, 实数 $a > 1$, 解关于 x 的不等式: $\log_a x - 4 \log_{a^2} x + 12 \log_{a^3} x + \cdots + n(-2)^{n-1} \log_{a^n} x > \frac{1 - (-2)^n}{3} \log_a(x^2 - a)$.

26. 双曲线的中心在坐标原点 O , 焦点在 x 轴上, 过双曲线右焦点且斜率为 $\sqrt{\frac{3}{5}}$ 的直线交双曲线于 P, Q 两点. 若 $OP \perp OQ$, $|PQ| = 4$, 求双曲线的方程.