1992 普通高等学校招生考试 (三南卷)

1. 设函数 $z=\mathrm{i}^2+\sqrt{3}\mathrm{i}$, 那么 $\arg z$ 是 ( )

(A) $\frac{5}{6}\pi$ (B) $\frac{\pi}{3}$ (C) $\frac{2}{3}\pi$ (D) $-\frac{4}{3}\pi$

2. 如果等边圆柱 (即底面直径与母线相等的圆柱) 的体积是 $16\pi\ \mathrm{cm}^3$, 那么它的底面半径等于 ( )

(A) $4\sqrt[3]{2}$ cm (B) 4 cm (C) $2\sqrt[3]{2}$ cm (D) 2 cm

3. $\dfrac{\arcsin\frac{\sqrt{3}}{2}-\arccos\left(-\frac{1}{2}\right)}{\arctan(-\sqrt{3})}$ 的值等于 ( )

(A) 1 (B) 0 (C) $-\frac{2}{5}$ (D) $-\frac{6}{5}$

4. 函数 $y=\log_{\frac{1}{2}}(1-x)$ $(x<1)$ 的反函数是 ( )

(A) $y=1+2^{-x}$ $(x\in\mathbf{R})$ (B) $y=1-2^{-x}$ $(x\in\mathbf{R})$

(C) $y=1+2^{x}$ $(x\in\mathbf{R})$ (D) $y=1-2^{x}$ $(x\in\mathbf{R})$

5. 在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 如果 $AB=BC=a$, $AA_1=2a$, 那么点 A 到直线 A_1C 的距离等于 ( )

(A) $\frac{2\sqrt{6}}{3}a$ (B) $\frac{3\sqrt{6}}{2}a$ (C) $\frac{2\sqrt{3}}{3}a$ (D) $\frac{\sqrt{6}}{3}a$

6. 函数 $y=\sin x\cos x+\sqrt{3}\cos^2 x-\frac{\sqrt{3}}{2}$ 的最小正周期等于 ( )

(A) π (B) 2π (C) $\frac{\pi}{4}$ (D) $\frac{\pi}{2}$

7. 有一个椭圆, 它的极坐标方程是 ( )

(A) $\rho=\dfrac{5}{\sqrt{3}-2\cos\theta}$ (B) $\rho=\dfrac{5}{\sqrt{3}-\sqrt{3}\cos\theta}$

(C) $\rho=\dfrac{2-\sqrt{3}\cos\theta}{5}$ (D) $\rho=\dfrac{5}{2-\sqrt{3}\cos\theta}$

8. 不等式 $|\sqrt{x-2}-3|<1$ 的解集是 ( )

(A) $\{x\mid 5<x<16\}$ (B) $\{x\mid 6<x<18\}$

(C) $\{x\mid 7<x<20\}$ (D) $\{x\mid 8<x<22\}$

9. 设等差数列 $\{a_n\}$ 的公差是 d, 如果它的前 n 项和 $S_n=-n^2$, 那么 ( )

(A) $a_n=2n-1,\ d=-2$ (B) $a_n=2n-1,\ d=2$

(C) $a_n=-2n+1,\ d=-2$ (D) $a_n=-2n+1,\ d=2$

10. 方程 $\cos 2x=3\cos x+1$ 的解集是 ( )

(A) $\left\{x\,\middle|\, x=2k\pi\pm\frac{2}{3}\pi,\ k\in\mathbf{Z}\right\}$ (B) $\left\{x\,\middle|\, x=k\pi\pm\frac{1}{3}\pi,\ k\in\mathbf{Z}\right\}$

(C) $\left\{x\,\middle|\, x=k\pi\pm\frac{2}{3}\pi,\ k\in\mathbf{Z}\right\}$ (D) $\left\{x\,\middle|\, x=2k\pi\pm\frac{1}{3}\pi,\ k\in\mathbf{Z}\right\}$

11. 有一条半径是 2 的弧, 其度数是 $60°$, 它绕经过弧的中点的直径旋转得到一个球冠, 那么这个球冠的面积是 ( )

(A) $4(2-\sqrt{3})\pi$ (B) $2(2-\sqrt{3}\pi)$ (C) $4\sqrt{3}\pi$ (D) $2\sqrt{3}\pi$

12. 某小组共有 10 名学生, 其中女生 3 名. 现选举 2 名代表, 至少有 1 名女生当选的不同的选法共有 ( )

(A) 27 种 (B) 48 种 (C) 21 种 (D) 24 种

13. 设全集 $U=\mathbf{R}$, 集合 $M=\left\{x\,\middle|\,\sqrt{x^2}>2\right\}$, $N=\{x\mid \log_x 7>\log_3 7\}$, 那么 $M\cap\overline{N}=$ ( )

(A) $\{x\mid x<-2\}$ (B) $\{x\mid x<-2$ 或 $x\geqslant 3\}$

(C) $\{x\mid x\geqslant 3\}$ (D) $\{x\mid -2\leqslant x<3\}$

14. 设 $\{a_n\}$ 是由正数组成的等比数列, 公比 $q=2$, 且 $a_1a_2a_3\cdots a_{30}=2^{30}$, 那么 $a_3a_6a_9\cdots a_{30}$ 等于 ( )

(A) 2^{10} (B) 2^{20} (C) 2^{16} (D) 2^{15}

15. 设 $\triangle ABC$ 不是直角三角形, A 和 B 是它的两个内角, 那么 ( )

(A) "$A<B$"是"$\tan A<\tan B$"的充分条件, 但不是必要条件

(B) "$A<B$"是"$\tan A<\tan B$"的必要条件, 但不是充分条件

(C) "$A<B$"是"$\tan A<\tan B$"的充分必要条件

(D) "$A<B$"是"$\tan A<\tan B$"的充分条件, 也不是必要条件

16. 对于定义域是 $\mathbf{R}$ 的任何奇函数 $f(x)$, 都有 ( )

(A) $f(x)-f(-x)>0$ $(x\in\mathbf{R})$ (B) $f(x)-f(-x)\leqslant 0$ $(x\in\mathbf{R})$

(C) $f(x)f(-x)\leqslant 0$ $(x\in\mathbf{R})$ (D) $f(x)f(-x)>0$ $(x\in\mathbf{R})$

17. 如果双曲线的两条渐近线的方程是 $y=\pm\frac{3}{2}x$, 焦点坐标是 $(-\sqrt{26},0)$ 和 $(\sqrt{26},0)$, 那么它的两条准线之间的距离是 ( )

(A) $\frac{8}{13}\sqrt{26}$ (B) $\frac{4}{13}\sqrt{26}$ (C) $\frac{18}{13}\sqrt{26}$ (D) $\frac{9}{13}\sqrt{26}$

18. $\tan\frac{\pi}{8}=$______.

19. 设直线的参数方程是 $\begin{cases}x=2+\frac{1}{2}t,\\ y=3+\frac{\sqrt{3}}{2}t,\end{cases}$ 那么它的斜截式方程是______.

20. 如果三角形的顶点分别是 $O(0,0)$, $A(0,15)$, $B(-8,0)$, 那么它的内切圆方程是______.

21. $\lim\limits_{n\to\infty}\left[\frac{1}{1\cdot 4}+\frac{1}{4\cdot 7}+\frac{1}{7\cdot 10}+\cdots+\frac{1}{(3n-2)(3n+1)}\right]=$______.

22. 91^{92} 除以 100 的余数是 ______.

23. 已知三棱锥 $A-BCD$ 的体积是 V, 棱 BC 的长是 a, 面 ABC 和面 DBC 的面积分别是 S_1 和 S_2. 设面 ABC 和面 DBC 所成的二面角是 α, 那么 $\sin\alpha=$______.

24. 已知关于 x 的方程 $2a^{2x-2}-7a^{x-1}+3=0$ 有一个根是 2, 求 a 的值和方程其余的根.

25. 已知平面 α 和不在这个平面内的直线 a 都垂直于平面 β. 求证: $a\,/\!/\,\alpha$.

26. 证明不等式: $1+\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{3}}+\cdots+\frac{1}{\sqrt{n}}<2\sqrt{n}$ $(n\in\mathbf{N}^*)$.

27. 设抛物线经过两点 $(-1,6)$ 和 $(-1,-2)$ 对称轴与 x 轴平行, 开口向右, 直线 $y=2x+7$ 被抛物线截得的线段的长是 $4\sqrt{10}$, 求抛物线的方程.

28. 求同时满足下列两个条件的所有复数 z:

① $z+\frac{10}{z}$ 是实数, 且 $1<z+\frac{10}{z}\leqslant 6$;

② z 的实部和虚部都是整数.