1993 普通高等学校招生考试 (旧高考文)

1. 如果双曲线的实半轴长为 2, 焦距为 6, 那么该双曲线的离心率为 ( )

(A) $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ (B) $\dfrac{\sqrt{6}}{2}$ (C) $\dfrac{3}{2}$ (D) 2

2. 函数 $y=\dfrac{1-\tan^2 2x}{1+\tan^2 2x}$ 的最小正周期是 ( )

(A) $\dfrac{\pi}{4}$ (B) $\dfrac{\pi}{2}$ (C) π (D) 2π

3. 当圆锥的侧面积和底面积的比值是 $\sqrt{2}$ 时, 圆锥的轴截面顶角是 ( )

(A) 45° (B) 60° (C) 90° (D) 120°

4. 当 $z=\dfrac{1+\mathrm{i}}{\sqrt{2}}$ 时, $z^{100}+z^{50}+1$ 的值等于 ( )

(A) 1 (B) -1 (C) i (D) $-\mathrm{i}$

5. 若正棱锥的底面边长与侧棱长相等, 则该棱锥一定不是 ( )

(A) 三棱锥 (B) 四棱锥 (C) 五棱锥 (D) 六棱锥

6. 在直角三角形中两锐角为 A 和 B, 则 $\sin A\sin B$ ( )

(A) 有最大值 $\dfrac{1}{2}$ 和最小值 0 (B) 有最大值 $\dfrac{1}{2}$, 但无最小值

(C) 既无最大值, 也无最小值 (D) 有最大值 1, 但无最小值

7. 在各项均为正数的等比数列 $\{a_n\}$ 中, 若 $a_5a_6=9$, 则 $\log_3 a_1+\log_3 a_2+\cdots+\log_3 a_{10}$ 的值为 ( )

(A) 12 (B) 10 (C) 8 (D) $2+\log_3 5$

8. $F(x)=\left(1+\dfrac{2}{2^x-1}\right)f(x)$ $(x\neq 0)$ 是偶函数, 且 $f(x)$ 不恒等于零, 则 $f(x)$ ( )

(A) 是奇函数 (B) 是偶函数

(C) 可能是奇函数也可能是偶函数 (D) 不是奇函数也不是偶函数

9. 设直线 $2x-y-\sqrt{3}=0$ 与 y 轴的交点为 P, 把圆 $(x+1)^2+y^2=25$ 的直径分为两段, 则其长度之比为 ( )

(A) $7:3$ 或 $3:7$ (B) $7:4$ 或 $4:7$ (C) $7:5$ 或 $5:7$ (D) $7:6$ 或 $6:7$

10. 若 a、b 是任意实数, 且 $a>b$, 则 ( )

(A) $a^2>b^2$ (B) $\dfrac{b}{a}<1$

(C) $\lg(a-b)>0$ (D) $\left(\dfrac{1}{2}\right)^a<\left(\dfrac{1}{2}\right)^b$

11. 已知集合 $E=\{\theta\mid\cos\theta<\sin\theta,\ 0\leqslant\theta\leqslant 2\pi\}$, $F=\{\theta\mid\tan\theta<\sin\theta\}$, 那么 $E\cap F$ 为区间 ( )

(A) $\left(\dfrac{\pi}{2},\pi\right)$ (B) $\left(\dfrac{\pi}{4},\dfrac{3\pi}{4}\right)$ (C) $\left(\pi,\dfrac{3\pi}{2}\right)$ (D) $\left(\dfrac{3\pi}{4},\dfrac{5\pi}{4}\right)$

12. 一动圆与两圆: $x^2+y^2=1$ 和 $x^2+y^2-8x+12=0$ 都外切, 则动圆圆心的轨迹为 ( )

(A) 抛物线 (B) 圆 (C) 双曲线的一支 (D) 椭圆

13. 若直线 $ax+by+c=0$ 在第一、二、三象限, 则 ( )

(A) $ab>0$, $bc>0$ (B) $ab>0$, $bc<0$

(C) $ab<0$, $bc>0$ (D) $ab<0$, $bc<0$

14. 如果圆柱轴截面的周长 l 为定值, 那么圆柱体积的最大值是 ( )

(A) $\left(\dfrac{l}{6}\right)^3\pi$ (B) $\left(\dfrac{l}{3}\right)^3\pi$ (C) $\left(\dfrac{l}{4}\right)^3\pi$ (D) $\dfrac{1}{4}\left(\dfrac{l}{4}\right)^3\pi$

15. 由 $(\sqrt{3}x+\sqrt[3]{2})^{100}$ 展开所得的 x 的多项式中, 系数为有理数的共有 ( )

(A) 50 项 (B) 17 项 (C) 16 项 (D) 15 项

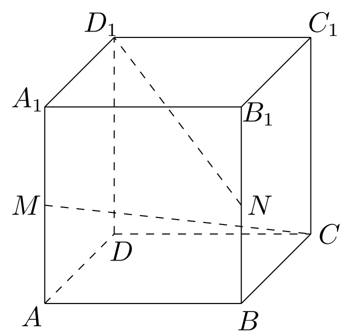
16. 设 a, b, c 都是正数, 且 $3a=4b=6c$, 那么 ( )

(A) $\dfrac{1}{c}=\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}$ (B) $\dfrac{2}{c}=\dfrac{2}{a}+\dfrac{1}{b}$ (C) $\dfrac{1}{c}=\dfrac{2}{a}+\dfrac{2}{b}$ (D) $\dfrac{2}{c}=\dfrac{1}{a}+\dfrac{2}{b}$

17. 同室四人各写一张贺年卡, 先集中起来, 然后每人从中拿一张别人送出的贺年卡, 则四张贺年卡不同的分配方式有 ( )

(A) 6 种 (B) 9 种 (C) 11 种 (D) 23 种

18. 在正方体 $A_1B_1C_1D_1-ABCD$ 中, M、N 分别为 A_1A 和 B_1B 的中点 (如图). 若 θ 为直线 CM 与 D_1N 所成的角, 则 $\sin\theta$ 的值为 ( )



(A) $\dfrac{1}{9}$ (B) $\dfrac{2}{3}$ (C) $\dfrac{2\sqrt{5}}{9}$ (D) $\dfrac{4\sqrt{5}}{9}$

19. 抛物线 $y^2=4x$ 的弦 AB 垂直于 x 轴, 若 AB 的长为 $4\sqrt{3}$, 则焦点到 AB 的距离为______.

20. 在半径为 30 m 的圆形广场中央上空, 设置一个照明光源, 射向地面的光呈圆锥形, 且其轴截面顶角为 120°. 若要光源恰好照亮整个广场, 则其高度应为______m (精确到 0.1 m).

21. 在 50 件产品中有 4 件是次品, 从中任意抽出 5 件, 至少有 3 件是次品的抽法共______种 (用数字作答).

22. 建造一个容积为 8 m^3, 深为 2 m 的长方体无盖水池, 如果池底和池壁的造价每平方米分别为 120 元和 80 元, 那么水池的最低总造价为______元.

23. 设 $f(x)=4^x-2^{x+1}$, 则 $f^{-1}(0)=$______.

24. 设 $a>1$, 则 $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1-a^{n+1}}{1+a^{n+1}}=$______.

25. 解方程: $\lg(x^2+4x-26)-\lg(x-3)=1$.

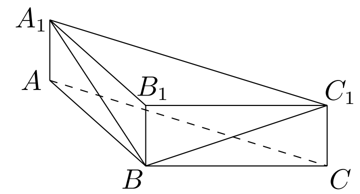
26. 已知数列 $\dfrac{8\cdot 1}{1^2\cdot 3^2}$, $\dfrac{8\cdot 2}{3^2\cdot 5^2}$, $\cdots$, $\dfrac{8n}{(2n-1)^2(2n+1)^2}$, $\cdots$. S_n 为其前 n 项和. 计算得 $S_1=\dfrac{8}{9}$, $S_2=\dfrac{24}{25}$, $S_3=\dfrac{48}{49}$, $S_4=\dfrac{80}{81}$.

观察上述结果, 推测出计算 S_n 的公式, 并用数学归纳法加以证明.

27. 如图, $A_1B_1C_1-ABC$ 是直三棱柱, 过点 A_1、B、C_1 的平面和平面 ABC 的交线记作 l.

(1) 判定直线 A_1C_1 和 l 的位置关系, 并加以证明;

(2) 若 $A_1A=1$, $AB=4$, $BC=3$, $\angle ABC=90°$, 求顶点 A_1 到直线 l 的距离.



28. 在面积为 1 的 $\triangle PMN$ 中, $\tan M=\dfrac{1}{2}$, $\tan N=-2$, 建立适当的坐标系, 求出以 M, N 为焦点且过点 P 的椭圆方程.

29. 设复数 $z=\cos\theta+\mathrm{i}\sin\theta$ $(0<\theta<\pi)$, $\omega=\dfrac{1-(\bar{z})^4}{1+z^4}$, 已知 $|\omega|=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$, $\arg\omega=\dfrac{\pi}{2}$, 求 θ.