1993 普通高等学校招生考试 (新高考理)

1. 函数 $f(x)=\sin x+\cos x$ 的最小正周期是 ( )

(A) 2π (B) $2\sqrt{2}\pi$ (C) π (D) $\dfrac{\pi}{4}$

2. 如果双曲线的焦距为 6, 两条准线间的距离为 4, 那么该双曲线的离心率为 ( )

(A) $\dfrac{3}{2}$ (B) $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ (C) $\dfrac{\sqrt{6}}{2}$ (D) 2

3. 和直线 $3x-4y+5=0$ 关于 x 轴对称的直线的方程为 ( )

(A) $3x+4y-5=0$ (B) $3x+4y+5=0$

(C) $-3x+4y-5=0$ (D) $-3x+4y+5=0$

4. 极坐标方程 $\rho=\dfrac{4}{3-5\cos\theta}$ 所表示的曲线是 ( )

(A) 焦点到准线距离为 $\dfrac{4}{5}$ 的椭圆

(B) 焦点到准线距离为 $\dfrac{4}{5}$ 的双曲线右支

(C) 焦点到准线距离为 $\dfrac{4}{3}$ 的椭圆

(D) 焦点到准线距离为 $\dfrac{4}{3}$ 的双曲线右支

5. $y=x^{\frac{3}{5}}$ 在 $[-1,1]$ 上是 ( )

(A) 增函数且是奇函数 (B) 增函数且是偶函数

(C) 减函数且是奇函数 (D) 减函数且是偶函数

6. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{5n^2-1}{2n^2-n+5}$ 的值为 ( )

(A) $-\dfrac{1}{5}$ (B) $-\dfrac{5}{2}$ (C) $\dfrac{1}{5}$ (D) $\dfrac{5}{2}$

7. 集合 $M=\left\{x\,\middle|\,x=\dfrac{k\pi}{2}+\dfrac{\pi}{4},\ k\in\mathbf{Z}\right\}$, $N=\left\{x\,\middle|\,x=\dfrac{k\pi}{4}+\dfrac{\pi}{2},\ k\in\mathbf{Z}\right\}$, 则 ( )

(A) $M=N$ (B) $M\supseteq N$ (C) $M\subseteq N$ (D) $M\cap N=\varnothing$

8. $\sin 20^\circ\cos 70^\circ+\sin 10^\circ\sin 50^\circ$ 的值是 ( )

(A) $\dfrac{1}{4}$ (B) $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ (C) $\dfrac{1}{2}$ (D) $\dfrac{\sqrt{3}}{4}$

9. 参数方程 $\begin{cases}x=\left|\cos\dfrac{\theta}{2}+\sin\dfrac{\theta}{2}\right|,\\ y=\dfrac{1}{2}(1+\sin\theta),\end{cases}$ $(0<\theta<2\pi)$ 表示 ( )

(A) 双曲线的一支, 这支过点 $\left(1\ \ \dfrac{1}{2}\right)$

(B) 抛物线的一部分, 这部分过 $\left(1\ \ \dfrac{1}{2}\right)$

(C) 双曲线的一支, 这支过点 $\left(-1\ \ \dfrac{1}{2}\right)$

(D) 抛物线的一部分, 这部分过 $\left(-1\ \ \dfrac{1}{2}\right)$

10. 若 a、b 是任意实数, 且 $a>b$, 则 ( )

(A) $a^2>b^2$ (B) $\dfrac{b}{a}<1$

(C) $\lg(a-b)>0$ (D) $\left(\dfrac{1}{2}\right)^a<\left(\dfrac{1}{2}\right)^b$

11. 一动圆与两圆 $x^2+y^2=1$ 和 $x^2+y^2-8x+12=0$ 都外切, 则动圆圆心轨迹为 ( )

(A) 圆 (B) 椭圆 (C) 双曲线的一支 (D) 抛物线

12. 圆柱轴截面的周长 l 为定值, 那么圆柱体积的最大值是 ( )

(A) $\left(\dfrac{l}{6}\right)^3\pi$ (B) $\dfrac{1}{9}\left(\dfrac{l}{2}\right)^3\pi$ (C) $\left(\dfrac{l}{4}\right)^3\pi$ (D) $2\left(\dfrac{l}{4}\right)^3\pi$

13. $(\sqrt{x}+1)^4(x-1)^5$ 展开式中 x^4 的系数为 ( )

(A) -40 (B) 10 (C) 40 (D) 45

14. 直角梯形的一个内角为 45°, 下底长为上底长的 $\dfrac{3}{2}$, 这个梯形绕下底所在的直线旋转一周所成的旋转体的全面积为 $(5+\sqrt{2})\pi$, 则旋转体的体积为( )

(A) 2π (B) $\dfrac{4+\sqrt{2}}{3}\pi$ (C) $\dfrac{5+\sqrt{2}}{3}\pi$ (D) $\dfrac{7}{3}\pi$

15. 已知 $a_1, a_2, \cdots, a_8$ 为各项都大于零的等比数列, 公比 $q\neq 1$, 则 ( )

(A) $a_1+a_8>a_4+a_5$

(B) $a_1+a_8<a_4+a_5$

(C) $a_1+a_8=a_4+a_5$

(D) a_1+a_8 和 a_4+a_5 的大小关系不能由已知条件确定

16. 设有如下三个命题:

甲: 相交两直线 l, m 都在平面 α 内, 并且都不在平面 β 内.

乙: l, m 之中至少有一条与 β 相交.

丙: α 与 β 相交.

当甲成立时 ( )

(A) 乙是丙的充分而不必要的条件

(B) 乙是丙的必要而不充分的条件

(C) 乙是丙的充分且必要的条件

(D) 乙既不是丙的充分条件又不是丙的必要条件

17. 将数字 1, 2, 3, 4 填入标号为 1, 2, 3, 4 的四个方格里, 每格填一个数字, 则每个方格的标号与所填的数字均不相同的填法有 ( )

(A) 6 种 (B) 9 种 (C) 11 种 (D) 23 种

18. $\sin\left(\arccos\dfrac{1}{2}+\arccos\dfrac{1}{3}\right)=$______.

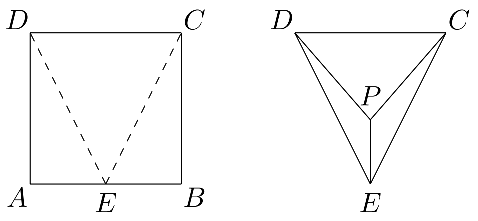
19. 若双曲线 $\dfrac{x^2}{9k^2}-\dfrac{y^2}{4k^2}=1$ 与圆 $x^2+y^2=1$ 没有公共点, 则实数 k 的取值范围为______.

20. 从 1, 2, $\cdots$, 10 这十个数中取出四个数, 使它们的和为奇数, 共有______种取法. (用数字作答)

21. 设 $f(x)=4^x-2^{x+1}$, 则 $f^{-1}(0)=$______.

22. 建造一个容积为 8 m^3, 深为 2 m 的长方体无盖水池. 如果池底和池壁的造价每平方米分别为 120 元和 80 元, 那么水池的最低总造价为______元.

23. 如图, $ABCD$ 是正方形, E 是 AB 的中点, 如将 $\triangle DAE$ 和 $\triangle CBE$ 分别沿虚线 DE 和 CE 折起, 使 AE 与 BE 重合, 记 A 与 B 重合的点为 P, 则面 PCD 与面 ECD 所成的二面角为______度.



24. 已知 $f(x)=\log_a\dfrac{1+x}{1-x}$ $(a>0,\ a\neq 1)$.

(1) 求 $f(x)$ 的定义域;

(2) 判断 $f(x)$ 的奇偶性并予以证明;

(3) 求使 $f(x)>0$ 的 x 取值范围.

25. 已知数列 $\dfrac{8\cdot 1}{1^2\cdot 3^2}, \dfrac{8\cdot 2}{3^2\cdot 5^2}, \cdots, \dfrac{8n}{(2n-1)^2(2n+1)^2}, \cdots$. S_n 为其前 n 项和. 计算得 $S_1=\dfrac{8}{9}$, $S_2=\dfrac{24}{25}$, $S_3=\dfrac{48}{49}$, $S_4=\dfrac{80}{81}$.

观察上述结果, 推测出计算 S_n 的公式, 并用数学归纳法加以证明.

26. 已知: 平面 $\alpha\cap$ 平面 $\beta=$ 直线 a. α, β 同垂直于平面 γ, 又同平行于直线 b. 求证: (1) $a\perp\gamma$; (2) $b\perp\gamma$.

27. 在面积为 1 的 $\triangle PMN$ 中, $\tan\angle PMN=\dfrac{1}{2}$, $\tan\angle MNP=-2$. 建立适当的坐标系, 求以 M, N 为焦点且过点 P 的椭圆方程.

28. 设复数 $z=\cos\theta+\mathrm{i}\sin\theta$ $(0<\theta<\pi)$, $\omega=\dfrac{1-(\overline{z})^4}{1+z^4}$, 并且 $|\omega|=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$, $\arg\omega<\dfrac{\pi}{2}$, 求 θ.