1994 普通高等学校招生考试 (全国卷理)

1. 设全集 $I=\{0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4\}$, 集合 $A=\{0,\ 1,\ 2,\ 3\}$, 集合 $B=\{2,\ 3,\ 4\}$, 则 $\overline{A}\cup\overline{B}=$ ( )

   (A) $\{0\}$ (B) $\{0,\ 1\}$

   (C) $\{0,\ 1,\ 4\}$ (D) $\{0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4\}$

2. 如果方程 $x^2+ky^2=2$ 表示焦点在 y 轴上的椭圆, 那么实数 k 的取值范围是 ( )

   (A) $(0,+\infty)$ (B) $(0,2)$ (C) $(1,+\infty)$ (D) $(0,1)$

3. 极坐标方程 $\rho=\cos\left(\dfrac{\pi}{4}-\theta\right)$ 所表示的曲线是 ( )

   (A) 双曲线 (B) 椭圆 (C) 抛物线 (D) 圆

4. 设 θ 是第二象限的角, 则必有 ( )

   (A) $\tan\dfrac{\theta}{2}>\cot\dfrac{\theta}{2}$ (B) $\tan\dfrac{\theta}{2}<\cot\dfrac{\theta}{2}$ (C) $\sin\dfrac{\theta}{2}>\cos\dfrac{\theta}{2}$ (D) $\sin\dfrac{\theta}{2}<\cos\dfrac{\theta}{2}$

5. 某种细菌在培养过程中, 每 20 分钟分裂一次 (一个分裂为两个). 经过 3 小时, 这种细菌由 1 个可繁殖成 ( )

   (A) 511 个 (B) 512 个 (C) 1023 个 (D) 1024 个

6. 在下列函数中, 以 $\dfrac{\pi}{2}$ 为周期的函数是 ( )

   (A) $y=\sin 2x+\cos 4x$ (B) $y=\sin 2x\cos 4x$

   (C) $y=\sin 2x+\cos 2x$ (D) $y=\sin 2x\cos 2x$

7. 已知正六棱台的上、下底面边长分别为 2 和 4, 高为 2, 则其体积为 ( )

   (A) $32\sqrt{3}$ (B) $28\sqrt{3}$ (C) $24\sqrt{3}$ (D) $20\sqrt{3}$

8. 设 F_1 和 F_2 为双曲线 $\dfrac{x^2}{4}-y^2=1$ 的两个焦点, 点 P 在双曲线上且满足 $\angle F_1PF_2=90^\circ$, 则 $\triangle F_1PF_2$ 的面积是 ( )

   (A) 1 (B) $\dfrac{\sqrt{5}}{2}$ (C) 2 (D) $\sqrt{5}$

9. 如果复数 z 满足 $|z+\mathrm{i}|+|z-\mathrm{i}|=2$, 那么 $|z+\mathrm{i}+1|$ 的最小值是 ( )

   (A) 1 (B) $\sqrt{2}$ (C) 2 (D) $\sqrt{5}$

10. 有甲、乙、丙三项任务, 甲需 2 人承担, 乙、丙各需 1 人承担. 从 10 人中选派 4 人承担这三项任务, 不同的选法共有 ( )

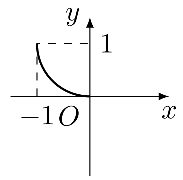
    (A) 1260 种 (B) 2025 种 (C) 2520 种 (D) 5040 种

11. 对于直线 m、n 和平面 α、β, $\alpha\perp\beta$ 的一个充分条件是 ( )

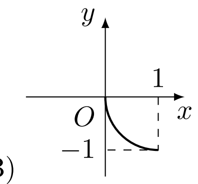
    (A) $m\perp n$, $m\parallel\alpha$, $n\parallel\beta$ (B) $m\perp n$, $\alpha\cap\beta=m$, $n\subset\alpha$

    (C) $m\parallel n$, $n\perp\beta$, $m\subset\alpha$ (D) $m\parallel n$, $m\perp\alpha$, $n\perp\beta$

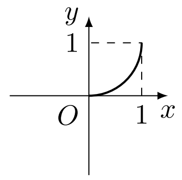
12. 设函数 $f(x)=1-\sqrt{1-x^2}$ $(-1\leqslant x\leqslant 0)$, 则函数 $y=f^{-1}(x)$ 的图象是 ( )



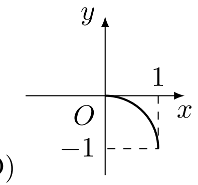
(A)



(B)



(C)



(D)

13. 已知过球面上 A、B、C 三点的截面和球心的距离等于球半径的一半, 且 $AB=BC=CA=2$, 则球面面积是 ( )

    (A) $\dfrac{16}{9}\pi$ (B) $\dfrac{8}{3}\pi$ (C) 4π (D) $\dfrac{64}{9}\pi$

14. 函数 $y=\arccos(\sin x)$ $\left(-\dfrac{\pi}{3}<x<\dfrac{2\pi}{3}\right)$ 的值域是 ( )

    (A) $\left(\dfrac{\pi}{6},\dfrac{5\pi}{6}\right)$ (B) $\left[0,\dfrac{5\pi}{6}\right)$ (C) $\left(\dfrac{\pi}{3},\dfrac{2\pi}{3}\right)$ (D) $\left[\dfrac{\pi}{6},\dfrac{2\pi}{3}\right)$

15. 定义在 $(-\infty,+\infty)$ 上的任意函数 $f(x)$ 都可以表示成一个奇函数 $g(x)$ 和一个偶函数 $h(x)$ 之和, 如果 $f(x)=\lg(10^x+1), x\in(-\infty,+\infty)$, 那么 ( )

    (A) $g(x)=x$, $h(x)=\lg(10^x+10^{-x}+2)$

    (B) $g(x)=\dfrac{1}{2}[\lg(10^x+1)+x]$, $h(x)=\dfrac{1}{2}[\lg(10^x+1)-x]$

    (C) $g(x)=\dfrac{x}{2}$, $h(x)=\lg(10^x+1)-\dfrac{x}{2}$

    (D) $g(x)=-\dfrac{x}{2}$, $h(x)=\lg(10^x+1)+\dfrac{x}{2}$

16. 在 $(3-x)^7$ 的展开式中, x^5 的系数是______. (用数字作答)

17. 抛物线 $y^2=8-4x$ 的准线方程是______, 圆心在该抛物线的顶点且与其准线相切的圆的方程是______.

18. 已知 $\sin\theta+\cos\theta=\dfrac{1}{5}$, $\theta\in(0,\pi)$, 则 $\cot\theta$ 的值是______.

19. 设圆锥底面圆周上两点 A、B 间的距离为 2, 圆锥顶点到直线 AB 的距离为 $\sqrt{3}$, AB 和圆锥的轴的距离为 1, 则该圆锥的体积为______.

20. 在测量某物理量的过程中, 因仪器和观察的误差, 使得 n 次测量分别得到 $a_1, a_2, \cdots, a_n$, 共 n 个数据, 我们规定所测量物理量的“最佳近似值”a 是这样一个量: 与其他近似值比较, a 与各数据的差的平方和最小. 依此规定, 从 $a_1, a_2, \cdots, a_n$ 推出的 $a=$______.

21. 已知 $z=1+\mathrm{i}$.

    (1) 设 $\omega=z^2+3\overline{z}-4$, 求 ω 的三角形式;

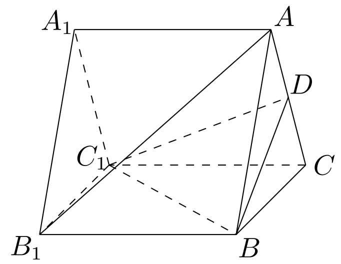
    (2) 如果 $\dfrac{z^2+az+b}{z^2-z+1}=1-\mathrm{i}$, 求实数 a, b 的值.

22. 已知函数 $f(x)=\tan x, x\in\left(0,\dfrac{\pi}{2}\right)$. 若 x_1, $x_2\in\left(0,\dfrac{\pi}{2}\right)$, 且 $x_1\neq x_2$, 证明: $\dfrac{1}{2}[f(x_1)+f(x_2)]>f\left(\dfrac{x_1+x_2}{2}\right)$.

23. 如图, 已知 $A_1B_1C_1-ABC$ 是正三棱柱, D 是 AC 中点.

    (1) 证明: $AB_1\parallel$ 平面 DBC_1;

    (2) 假设 $AB_1\perp BC_1$, 求以 BC_1 为棱, DBC_1 与 CBC_1 为面的二面角 α 的度数.



24. 已知直线 l 过坐标原点, 抛物线 C 顶点在原点, 焦点在 x 轴正半轴上. 若点 $A(-1,0)$ 和点 $B(0,8)$ 关于 l 的对称点都在 C 上, 求直线 l 和抛物线 C 的方程.

25. 设 $\{a_n\}$ 是正数组成的数列, 其前 n 项和为 S_n, 且对于所有的自然数 n, a_n 与 2 的等差中项等于 S_n 与 2 的等比中项.

    (1) 写出数列 $\{a_n\}$ 的前 3 项;

    (2) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式 (写出推证过程);

    (3) 令 $b_n=\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{a_{n+1}}{a_n}+\dfrac{a_n}{a_{n+1}}\right)$ $(n\in\mathbf{N})$, 求 $\lim\limits_{n\to\infty}(b_1+b_2+\cdots+b_n-n)$.