1995年全国普通高等学校招生统一考试

上海　数学试卷(理工农医类)

考生注意:

本试卷共有25道试题,满分150分,试卷中的选做题按A_1组、A_2组与B_1组、B_2组排列,A_1组对应B_1组,A_2组对应B_2组。考生从对应的两组中可以且只可以选做一组,若同时做了对应的两组试题,或分别做了对应的两组中的部分试题,则只对考生在A组中所完成的部分进行评分和计分。

一、选择题(本大题满分24分)本大题共有8题,每题都给出代号为A、B、C、D的四个结论,其中有且只有一个结论是正确的,必须把正确结论的代号写在题后的圆括号内,选对得3分,不选、选错或者选出的代号超过一个(不论是否都写在圆括号内),一律得零分。

1. $y=\sin^2 x$ 是　(　　)

(A) 最小正周期为2π的偶函数　(B) 最小正周期为2π的奇函数

(C) 最小正周期为π的偶函数　(D) 最小正周期为π的奇函数

2. 如果 $P=\{x\mid(x-1)(2x-5)<0\}$, $Q=\{x\mid 0<x<10\}$,那么　(　　)

(A) $P\cap Q=\varnothing$　(B) $P\subset Q$　(C) $P\supset Q$　(D) $P\cup Q=R$

3. 方程$\mathrm{tg}\left(2x+\dfrac{\pi}{3}\right)=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$在区间$[0,2\pi)$上解的个数是　(　　)

(A) 5　(B) 4　(C) 3　(D) 2

4. 设棱锥的底面面积是8 cm^2,那么这个棱锥的中截面(过棱锥高的中点且平行于底面的截面)的面积是　(　　)

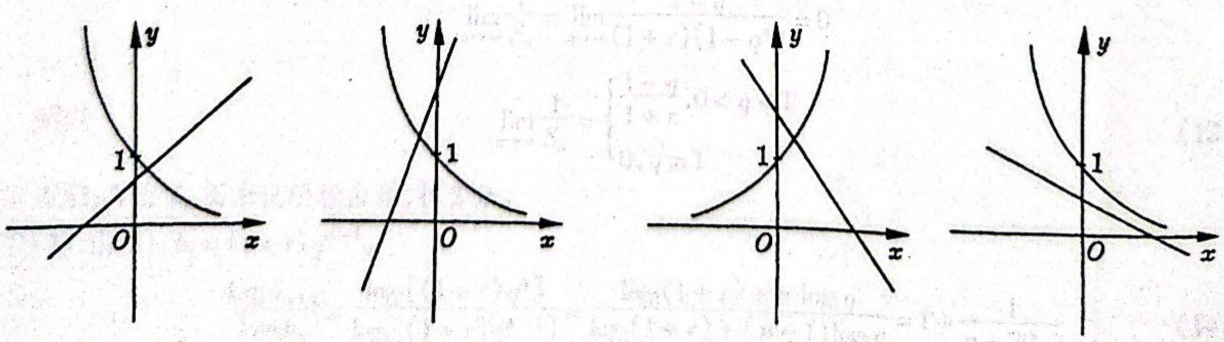
(A) 4 cm^2　(B) $2\sqrt{2}\mathrm{cm}^2$　(C) 2 cm^2　(D) $\sqrt{2}\mathrm{cm}^2$

5. "$ab<0$"是"方程 $ax^2+by^2=c$ 表示双曲线"的　(　　)

(A) 必要条件但不是充分条件　(B) 充分条件但不是必要条件

(C) 充分必要条件　(D) 既不是充分条件又不是必要条件

6. 当$a\neq 0$时,函数$y=ax+b$和$y=b^{ax}$的图象只可能是　(　　)



(A)　(B)　(C)　(D)

7. 当 $0<a<b<1$ 时,下列不等式中正确的是 ( )

(A) $(1-a)^{\frac{1}{b}}>(1-a)^{b}$ (B) $(1+a)^{a}>(1+b)^{b}$

(C) $(1-a)^{b}>(1-a)^{\frac{b}{2}}$ (D) $(1-a)^{a}>(1-b)^{b}$

8. 下列四个命题中的真命题是 ( )

(A) 经过定点 $P_0(x_0,y_0)$ 的直线都可以用方程 $y-y_0=k(x-x_0)$ 表示

(B) 经过任意两个不同的点 $P_1(x_1,y_1)$、$P_2(x_2,y_2)$ 的直线都可以用方程 $(y-y_1)(x_2-x_1)=(x-x_1)(y_2-y_1)$ 表示

(C) 不经过原点的直线都可以用方程 $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$ 表示

(D) 经过定点 $A(0,b)$ 的直线都可以用方程 $y=kx+b$ 表示

二、填空题(本大题满分 48 分)本大题共有 12 题,只要求直接填写结果,每个空格填对得 4 分,否则一律得零分。

9. 不等式 $\frac{2x-1}{x+3}>1$ 的解是__________。

10. 双曲线 $\frac{x^2}{2}-\frac{8y^2}{9}=8$ 的渐近线方程是__________。

11. 1992 年底世界人口达到 54.8 亿,若人口的年平均增长率为 $x\%$,2000 年底世界人口数为 y(亿),那么 y 与 x 的函数关系式是__________。

12. 已知 $\log_3 x=\frac{-1}{\log_2 3}$,那么 $x+x^2+x^3+\cdots+x^n+\cdots=$__________。

13. 若 $(x+1)^n=x^n+\cdots+ax^3+bx^2+\cdots+1\ (n\in N)$,且 $a:b=3:1$,那么 $n=$__________。

14. 到点 $A(-1,0)$ 和直线 $x=3$ 距离相等的点的轨迹方程是__________。

15. 把参数方程 $\begin{cases}x=\sin\alpha\\ y=\cos\alpha+1\end{cases}$ (α 是参数)化为普通方程,结果是__________。

16. 把直角坐标系的原点作为极点,x 轴的正半轴作为极轴,并且在两种坐标系中取相同的长度单位。若曲线的极坐标方程是 $\rho^2=\frac{1}{4\cos^2\theta-1}$,则它的直角坐标方程是__________。

17. 函数 $y=\sin\frac{x}{2}+\cos\frac{x}{2}$ 在 $(-2\pi,2\pi)$ 内的递增区间是__________。

选做题:考生可从下列两组(A_1 组和 B_1 组)中选做一组试题,其中 A_1 组适合非试点校考生,B_1 组适合试点校考生。

A_1

18. 若 $\lim\limits_{n\to\infty}[1+(r+1)^n]=1$,则 r 的取值范围是__________。

19. 从 6 台原装计算机和 5 台组装计算机中任意选取 5 台,其中至少有原装与组装计算机各 2 台,则不同的选取法有__________

B_1

18. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^{n-2}=$__________。

19. 从 6 台原装计算机和 5 台组装计算机中任意选取 5 台,其中至少有原装与组装计算机各 2 台的概率是__________。

20. 复数 z 满足 $(1+2i)\overline{z}=4+3i$,那么 z

种。(结果用数值表示)

20. 把圆心角为216°,半径为5分米的扇形铁皮焊成一个圆锥形容器(不计焊缝),那么容器的容积是________立方分米。(结果保留两位小数)

= ________。

三、解答题(本大题满分78分)本大题共有5题,解下列各题必须写出必要的步骤。

选做题:考生可从下列两组(A_2组和B_2组)中选做一组试题,其中A_2组适合非试点校考生,B_2组适合试点校考生。

A_2

21. (本题满分12分)

已知$\mathrm{tg}\left(\frac{\pi}{4}+\theta\right)=3$,

求$\sin 2\theta-2\cos^2\theta$的值。

22. (本题满分14分)

已知复数z_1、z_2满足$|z_1|=|z_2|=1$,

且$z_1+z_2=\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i$。

求z_1、z_2的值。

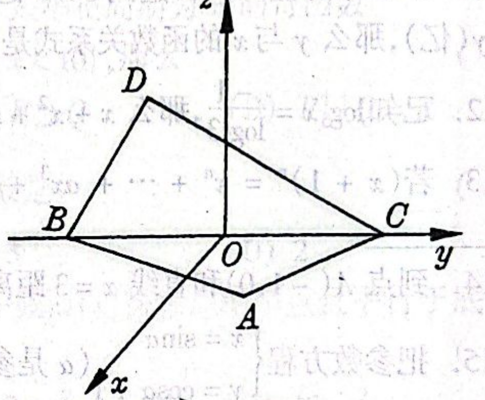
21. 解

22. 解

B_2

21. (本题满分12分)本题共有2个小题,第1小题满分4分,第2小题满分8分。

如图,在空间直角坐标系中,$BC=2$,原点O是BC的中点,点A的坐标是$\left(\frac{\sqrt{3}}{2},\frac{1}{2},0\right)$,点$D$在平面$yoz$上,且$\angle BDC=90°$,$\angle DCB=30°$



(1) 求向量$\overrightarrow{OD}$的坐标;

(2) 设向量$\overrightarrow{AD}$和$\overrightarrow{BC}$的夹角为θ,求$\cos\theta$的值。

22. (本题满分14分)本题共有2个小题,第1小题满分7分,第2小题满分7分。

设$y=f(x)$是二次函数,方程$f(x)=0$有两个相等的实根,且$f'(x)=2x+2$。

(1) 求$y=f(x)$的表达式;

(2) 若直线$x=-t(0<t<1)$把$y=f(x)$的图象与两坐标轴所围成图形的面积二等分,求t的值。

23. (本题满分16分)本题共有2个小题,第1小题满分9分,第2小题满分7分。

如图,四棱锥$P—ABCD$中,底面是一个矩形,$AB=3$,$AD=1$,又$PA\perp AB$,$PA=4$,$\angle PAD$

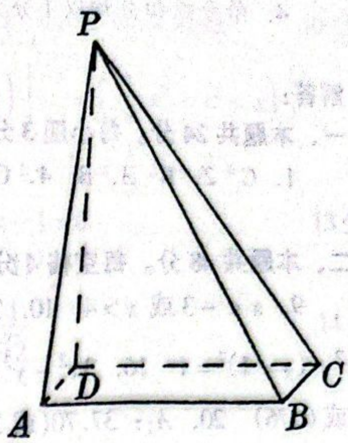
$=60°$

(1) 求四棱锥 $P—ABCD$ 的体积;

(2)求二面角 $P—BC—D$ 的大小(用反三角函数表示)。

[解] (1)

(2)



24. (本题满分 18 分)本题共有 3 个小题,第 1 小题满分 4 分,第 2 小题满分 8 分,第 3 小题满分 6 分。

设椭圆的方程为 $\frac{x^2}{m^2}+\frac{y^2}{n^2}=1(m,n>0)$,过原点且倾角为 θ 和 $\pi-\theta\left(0<\theta<\frac{\pi}{2}\right)$ 的两条直线分别交椭圆于 A、C 和 B、D 四点。

(1) 用 θ、m、n 表示四边形 $ABCD$ 的面积 S;

(2) 若 m、n 为定值,当 θ 在 $\left(0,\frac{\pi}{4}\right]$ 上变化时,求 S 的最大值 u;

(3) 如果 $u>mn$,求 $\frac{m}{n}$ 的取值范围。

[解] (1)

(2)

(3)

25. (本题满分 18 分)本题共有 3 个小题,第 1 小题满分 4 分,第 2 小题满分 4 分,第 3 小题满分 10 分。

已知二次函数 $y=f(x)$ 在 $x=\frac{t+2}{2}$ 处取得最小值 $-\frac{t^2}{4}(t>0)$,$f(1)=0$

(1) 求 $y=f(x)$ 的表达式;

(2) 若任意实数 x 都满足等式 $f(x)g(x)+a_nx+b_n=x^{n+1}$($g(x)$ 为多项式,$n\in N$),试用 t 表示 a_n 和 b_n;

(3) 设圆 C_n 的方程为 $(x-a_n)^2+(y-b_n)^2=r_n{}^2$,

圆 C_n 与 C_{n+1} 外切($n=1,2,3,\cdots$),$\{r_n\}$ 是各项都是正数的等比数列,记 S_n 为前 n 个圆的面积之和,求 r_n、S_n

[解] (1)

(2)

(3)

数学试卷答案及评分标准

说明:

1. 本解答列出试题的一种或几种解法,如果考生的解法与所列解法不同,可参照本解答中评分标准的精神进行评分。

2. 评阅试卷,应坚持每题评阅到底,不要因为考生的解答中出现错误而中断对该题的评阅,当考生的解答在某一步出现错误,影响了后继部分,但该步以后的解答未改变这一道题的内容和难度时,可视影响程度决定后面部分的给分,这时原则上不应超过后面部分应给分数之半,如果有较严重的概念性错误,就不给分。

3. 第 21 题至第 25 题中右端所注的分数,表示考生正确做到这一步应得的该题的累加分数。

4. 给分或扣分均以 1 分为单位。

解答:

一、本题共 24 分。每小题 3 分。

1. C 2. B 3. B 4. C 5. A 6. A 7. D 8.B

二、本题共 48 分。每空格 4 分。

9. $x<-3$ 或 $x>4$ 10. $3x\pm4y=0$ 11. $y=54.8(1+x\%)^8$ 12. 1 13. 11 14. $y^2=-8x+8$ 15. $x^2+(y-1)^2=1$ 16. $3x^2-y^2=1$ 17. $\left[-\frac{3\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]$ 18. A_1: $-2<r<0$ B_1: e 19. A_1: 350 B_1: $\frac{25}{33}$ (或 0.76) 20. A_1: 37.70(或 37.68 或 37.69) B_1: $2+i$

三、本题共 78 分。

A_2

21. (12 分)

解: $\because\ \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4}+\theta\right)=3$

$\therefore\ \frac{1+\operatorname{tg}\theta}{1-\operatorname{tg}\theta}=3$

解得 $\operatorname{tg}\theta=\frac{1}{2}$ 4 分

于是 $\sin2\theta-2\cos^2\theta$

$=\sin2\theta-\cos2\theta-1$

$=\frac{2\operatorname{tg}\theta}{1+\operatorname{tg}^2\theta}-\frac{1-\operatorname{tg}^2\theta}{1+\operatorname{tg}^2\theta}-1$ 10 分

$=\frac{4}{5}-\frac{3}{5}-1$

$=-\frac{4}{5}$ 12 分

22. (14 分)

解一:

由题意可设 $z_1=\cos\alpha+i\sin\alpha$,

$z_2=\cos\beta+i\sin\beta$,

其中 $\alpha\geqslant\beta$,且 α、$\beta\in[0,2\pi)$

$\because\ z_1+z_2=\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i$

$$\therefore\ \begin{cases}\cos\alpha+\cos\beta=-\frac{1}{2} & ①\\ \sin\alpha+\sin\beta=-\frac{\sqrt{3}}{2} & ②\end{cases}$$ 3 分

由①^2+②^2 得

$$\cos(\alpha-\beta)=-\frac{1}{2}$$

又 $\alpha-\beta\in[0,2\pi)$, 7 分

$\therefore\ \alpha-\beta=\frac{2\pi}{3}$ 或 $\alpha-\beta=\frac{4\pi}{3}$

把 $\alpha=\beta+\frac{2\pi}{3}$ 代入①、②,可得

$\cos\beta=1,\sin\beta=0$

B_2

21. (12 分)

解:

(1) $\because\ z_D=|BC|\cos30^\circ\sin30^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}$

$y_D=1-|BC|\cos30^\circ\cos30^\circ=-\frac{1}{2}$

$\therefore\ \overrightarrow{OD}=\left\{0,-\frac{1}{2},\frac{\sqrt{3}}{2}\right\}$ 4 分

(2) $\because\ \overrightarrow{OA}=\left\{\frac{\sqrt{3}}{2},\frac{1}{2},0\right\}$

$\overrightarrow{OB}=\{0,-1,0\}$

$\overrightarrow{OC}=\{0,1,0\}$

$\therefore\ \overrightarrow{AD}=\left\{-\frac{\sqrt{3}}{2},-1,\frac{\sqrt{3}}{2}\right\}$

$\overrightarrow{BC}=\{0,2,0\}$ 8 分

于是 $\cos\theta=\frac{\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{BC}}{|\overrightarrow{AD}||\overrightarrow{BC}|}$

$=\frac{-2}{\sqrt{\frac{5}{2}}\cdot2}=-\frac{\sqrt{10}}{5}$ 12 分

22. (14 分)

解:

(1) 设 $f(x)=ax^2+bx+c$

则 $f'(x)=2ax+b$

又已知 $f'(x)=2x+2$, 故 $a=1,b=2$ 4 分

$\therefore\ f(x)=x^2+2x+c$

$\because$ 方程 $f(x)=0$ 有两个相等实根

$\therefore$ 判别式 $\Delta=4-4c=0,c=1$

$\therefore\ f(x)=x^2+2x+1$ 7 分

(2) 按题意有

$$\int_{-1}^{-t}(x^2+2x+1)dx$$

$=\int_{-t}^{0}(x^2+2x+1)dx$ 10 分

$$\cos\alpha=-\frac{1}{2},\sin\alpha=\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$\therefore\quad z_1=-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i,z_2=1$ 11分

把 $\alpha=\beta+\frac{4\pi}{3}$ 代入①、②,可得

$$\cos\beta=-\frac{1}{2},\sin\beta=\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos\alpha=1,\sin\alpha=0$$

$\therefore\quad z_1=1,z_2=-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i$

$\therefore\quad \begin{cases}z_1=1\\ z_2=-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i\end{cases}$

或 $\begin{cases}z_1=-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i\\ z_2=1\end{cases}$ 14分

解二:由 $|z_1+z_2|=1$,得

$$(z_1+z_2)(\overline{z_1}+\overline{z_2})=1$$

又 $|z_1|=|z_2|=1$,故 $z_1\overline{z_2}+\overline{z_1}z_2=-1$ 3分

$\therefore\quad z_1\overline{z_2}$ 的实部 $=\overline{z_1}z_2$ 的实部 $=-\frac{1}{2}$

又 $|\overline{z_1}z_2|=1$,故 $\overline{z_1}z_2$ 的虚部为 $\pm\frac{\sqrt{3}}{2}$

$$\overline{z_1}z_2=-\frac{1}{2}\pm\frac{\sqrt{3}}{2}i$$

$z_2=z_1\overline{z_1}z_2=z_1\left(-\frac{1}{2}\pm\frac{\sqrt{3}}{2}i\right)$ 7分

于是 $z_1+z_2\left(-\frac{1}{2}\pm\frac{\sqrt{3}}{2}i\right)=\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i$

$\therefore\quad z_1=1,z_2=-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i$ 11分

或 $z_1=-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i,z_2=1$

$\therefore\quad \begin{cases}z_1=1\\ z_2=-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i\end{cases}$

或 $\begin{cases}z_1=-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i\\ z_2=1\end{cases}$ 14分

$=\int_{-t}^{0}(x^2+2x+1)dx$ 10分

$\therefore\quad \left(\frac{1}{3}x^3+x^2+x\right)\Big|_{-1}^{-t}=\left(\frac{1}{3}x^3+x^2+x\right)\Big|_{-t}^{0}$

$$-\frac{1}{3}t^3+t^2-t+\frac{1}{3}=\frac{1}{3}t^3-t^2+t$$

$2t^3-6t^2+6t-1=0$ 13分

$$2(t-1)^3=-1$$

于是 $t=1-\frac{1}{\sqrt[3]{2}}$ 14分

23.(16分)第1小题9分,第2小题7分。

解:(1) $\because\quad AB\perp AD,AB\perp AP$,

$\therefore\quad AB\perp$ 平面 PAD

又 $AB\subset$ 平面 $ABCD$, $\therefore$ 平面 $ABCD\perp$ 平面 PAD 4分

在平面 PAD 中,作 $PE\perp AD$($AD=$ 平面 $PAD\cap$ 平面 $ABCD$),

交 AD 的延长线于点 E(因为 $AE=AP\cos60^\circ=2>AD$),

$\therefore\quad PE\perp$ 平面 $ABCD$ 7分

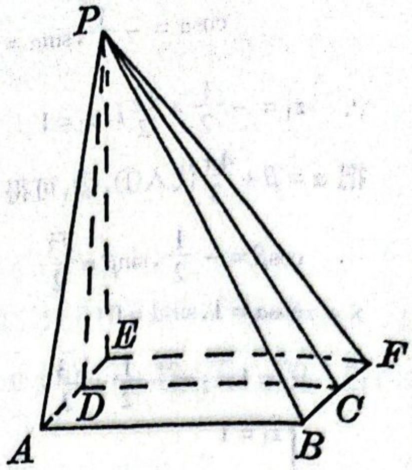
在 $Rt\triangle PAE$ 中,$PE=AP\sin60^\circ=2\sqrt{3}$

$\therefore\ V_{P-ABCD}=\frac{1}{3}AB\cdot AD\cdot PE=2\sqrt{3}$ 9分

(2) 在平面 $ABCD$ 中，作 $EF /\!/ DC$，交 BC 的延长线于点 F，则 $EF\perp BF$，连结 PF。

$\because\ PE\perp$ 平面 $ABCD$，$EF\perp BF$，$\therefore\ PF\perp BF$（三垂线定理）。

于是 $\angle PFE$ 是二面角 $P-BC-D$ 的平面角 13分



在 $\mathrm{Rt}\triangle PEF$ 中，$\mathrm{tg}\angle PFE=\frac{PE}{EF}=\frac{2\sqrt{3}}{3}$

$$\therefore\ \angle PFE=\mathrm{arctg}\frac{2\sqrt{3}}{3}$$

因此，二面角 $P-BC-D$ 的大小为 $\mathrm{arctg}\frac{2\sqrt{3}}{3}$ 16分

24.（18分）。第1小题4分。第2小题8分。第3小题6分。

解：

(1) 设经过原点且倾角为 θ 的直线方程为 $y=x\,\mathrm{tg}\theta$。解方程组

$$\begin{cases} y=x\,\mathrm{tg}\theta \\ \frac{x^2}{m^2}+\frac{y^2}{n^2}=1 \end{cases}$$

得
$$\begin{cases} x^2=\frac{m^2n^2}{n^2+m^2\,\mathrm{tg}^2\theta} \\ y^2=\frac{m^2n^2\,\mathrm{tg}^2\theta}{n^2+m^2\,\mathrm{tg}^2\theta} \end{cases}$$
2分

由对称性，得四边形 $ABCD$ 为矩形，又由于 $0<\theta<\frac{\pi}{2}$，所以四边形 $ABCD$ 的面积

$$S=4|x\,y|=\frac{4m^2n^2\,\mathrm{tg}\theta}{n^2+m^2\,\mathrm{tg}^2\theta}$$
4分

(2)
$$S=\frac{4m^2n^2}{\frac{n^2}{\mathrm{tg}\theta}+m^2\,\mathrm{tg}\theta}$$

(i) 当 $m>n$，即 $\frac{n}{m}<1$ 时，

$\because\ \frac{n^2}{\mathrm{tg}\theta}+m^2\,\mathrm{tg}\theta\geqslant 2mn$，当且仅当 $\mathrm{tg}^2\theta=\frac{n^2}{m^2}$ 时等号成立，

$\therefore\ S=\frac{4m^2n^2}{\frac{n^2}{\mathrm{tg}\theta}+m^2\,\mathrm{tg}\theta}\leqslant\frac{4m^2n^2}{2mn}=2mn$

由于 $0<\theta\leqslant\frac{\pi}{4}$，$0<\mathrm{tg}\theta\leqslant 1$，故取 $\mathrm{tg}\theta=\frac{n}{m}$，得 $u=2mn$ 7分

(ii) 当 $m<n$，即 $\frac{n}{m}>1$ 时，对于任意 $0<\theta_1<\theta_2\leqslant\frac{\pi}{4}$，由于

$$\left(m^2\,\mathrm{tg}\theta_2+\frac{n^2}{\mathrm{tg}\theta_2}\right)-\left(m^2\,\mathrm{tg}\theta_1+\frac{n^2}{\mathrm{tg}\theta_1}\right)$$

$$=m^2(\mathrm{tg}\theta_2-\mathrm{tg}\theta_1)-n^2\frac{\mathrm{tg}\theta_2-\mathrm{tg}\theta_1}{\mathrm{tg}\theta_1\,\mathrm{tg}\theta_2}$$

$$=(\mathrm{tg}\theta_2-\mathrm{tg}\theta_1)\frac{m^2\,\mathrm{tg}\theta_1\,\mathrm{tg}\theta_2-n^2}{\mathrm{tg}\theta_1\,\mathrm{tg}\theta_2}$$

$\because\ 0<\mathrm{tg}\theta_1<\mathrm{tg}\theta_2\leqslant 1$，$m^2\,\mathrm{tg}\theta_1\,\mathrm{tg}\theta_2-n^2<m^2-n^2<0$

$\therefore\ (m^2\,\mathrm{tg}\theta_2+\frac{n^2}{\mathrm{tg}\theta_2})-(m^2\,\mathrm{tg}\theta_1+\frac{n^2}{\mathrm{tg}\theta_1})<0$ 10分

$$\frac{4m^2n^2}{m^2\,\mathrm{tg}\theta_2+\dfrac{n^2}{\mathrm{tg}\theta_2}}-\frac{4m^2n^2}{m^2\,\mathrm{tg}\theta_1+\dfrac{n^2}{\mathrm{tg}\theta_1}}>0$$

于是,在$\left(0,\frac{\pi}{4}\right]$上 $S=\dfrac{4m^2n^2}{\dfrac{n^2}{\mathrm{tg}\theta}+m^2\,\mathrm{tg}\theta}$是$\theta$的递增函数,故取$\theta=\frac{\pi}{4}$,即$\mathrm{tg}\theta=1$,

得

$$u=\frac{4m^2n^2}{m^2+n^2}$$

$$\therefore\quad u=\begin{cases}2mn & 0<n<m\\ \dfrac{4m^2n^2}{m^2+n^2} & 0<m<n\end{cases}$$ 12分

(3) (i) 当$\frac{m}{n}>1$时,

$u=2mn>mn$ 恒成立。 14分

(ii) 当$\frac{m}{n}<1$时,

$$\frac{u}{mn}=\frac{4mn}{m^2+n^2}>1$$

即有

$$\left(\frac{m}{n}\right)^2-4\left(\frac{m}{n}\right)+1<0$$

$$\therefore\quad 2-\sqrt{3}<\frac{m}{n}<2+\sqrt{3}$$

又由 $\frac{m}{n}<1$, 得$2-\sqrt{3}<\frac{m}{n}<1$。

综上所述,当$u>mn$时,$\frac{m}{n}$的取值范围为

$$(2-\sqrt{3},1)\cup(1,+\infty)$$ 18分

25. 解:

(1) 设$f(x)=a\left(x-\frac{t+2}{2}\right)^2-\frac{t^2}{4}$,

$\because\quad f(1)=0,\quad\therefore\quad a\left(1-\frac{t+2}{2}\right)^2-\frac{t^2}{4}=0$,得$a=1$

于是

$$f(x)=x^2-(t+2)x+t+1$$ 4分

(2) $f(x)=(x-1)[x-(t+1)]$,代入已知等式,得

$$(x-1)[x-(t+1)]g(x)+a_nx+b_n=x^{n+1}$$

将 $x=1,x=t+1$分别代入上式,得

$$\begin{cases}a_n+b_n=1,\\(t+1)a_n+b_n=(t+1)^{n+1}\end{cases}$$ 6分

由$t\neq0$,可解得

$$a_n=\frac{1}{t}[(t+1)^{n+1}-1],\ b_n=\frac{t+1}{t}[1-(t+1)^n]$$ 8分

(3) $\because\quad a_n+b_n=1,\quad\therefore$ 圆C_n的圆心O_n在直线$x+y=1$上

于是 $|O_nO_{n+1}|=\sqrt{2}|a_{n+1}-a_n|$, 又圆$C_n$与圆$C_{n+1}$外切,

故

$$r_n+r_{n+1}=\sqrt{2}(t+1)^{n+1}$$ 12分

设$\{r_n\}$的公比为q,则

$$\begin{cases}r_n+qr_n=\sqrt{2}(t+1)^{n+1} & ①\\ r_{n+1}+qr_{n+1}=\sqrt{2}(t+1)^{n+2} & ②\end{cases}$$

②÷①,得

$$q=\frac{r_{n+1}}{r_n}=t+1$$

于是
$$r_n = \frac{\sqrt{2}(t+1)^{n+1}}{t+2}$$ 16分

$$\therefore \quad S_n = \pi(r_1^2 + r_2^2 + \cdots + r_n^2)$$

$$= \frac{\pi r_1{}^2(q^{2n}-1)}{q^2-1} = \frac{2\pi(t+1)^4}{t(t+2)^3}[(t+1)^{2n}-1]$$ 18分