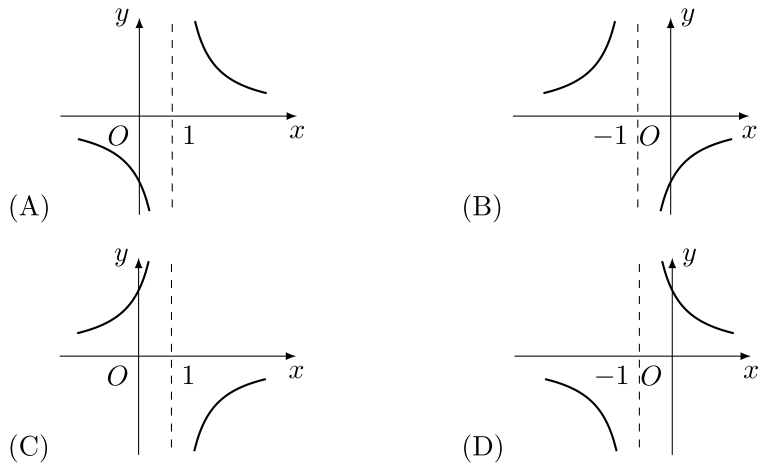
1995 普通高等学校招生考试 (全国卷理)

1. 已知 I 为全集, 集合 $M, N \subseteq I$, 若 $M \cap N = N$, 则 ( )

(A) $\overline{M} \supseteq \overline{N}$ (B) $M \subseteq \overline{N}$ (C) $\overline{M} \subseteq \overline{N}$ (D) $M \supseteq \overline{N}$

2. 函数 $y = -\dfrac{1}{x+1}$ 的图象是 ( )



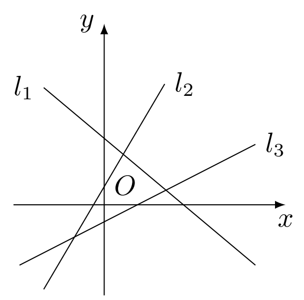
3. 函数 $y = 4\sin\left(3x + \dfrac{\pi}{4}\right) + 3\cos\left(3x + \dfrac{\pi}{4}\right)$ 的最小正周期是 ( )

(A) 6π (B) 2π (C) $\dfrac{2\pi}{3}$ (D) $\dfrac{\pi}{3}$

4. 正方体的全面积是 a^2, 它的顶点都在球面上, 这个球的表面积是 ( )

(A) $\dfrac{\pi a^2}{3}$ (B) $\dfrac{\pi a^2}{2}$ (C) $2\pi a^2$ (D) $3\pi a^2$

5. 如图, 若图中的直线 l_1, l_2, l_3 的斜率分别为 k_1, k_2, k_3, 则 ( )



(A) $k_1 < k_2 < k_3$ (B) $k_3 < k_1 < k_2$ (C) $k_3 < k_2 < k_1$ (D) $k_1 < k_3 < k_2$

6. 在 $(1-x^3)(1+x)^{10}$ 的展开式中, x^5 的系数是 ( )

(A) -297 (B) -252 (C) 297 (D) 207

7. 使 $\arcsin x > \arccos x$ 成立的 x 的取值范围是 ( )

(A) $\left(0, \dfrac{\sqrt{2}}{2}\right]$ (B) $\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}, 1\right]$ (C) $\left[-1, \dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)$ (D) $[-1, 0)$

8. 双曲线 $3x^2 - y^2 = 3$ 的渐近线方程是 ( )

(A) $y = \pm 3x$ (B) $y = \pm\dfrac{1}{3}x$ (C) $y = \pm\sqrt{3}x$ (D) $y = \pm\dfrac{\sqrt{3}}{3}x$

9. 已知 θ 是第三象限角, 且 $\sin^4\theta + \cos^4\theta = \dfrac{5}{9}$, 那么 $\sin 2\theta$ 等于 ( )

(A) $\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$ (B) $-\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$ (C) $\dfrac{2}{3}$ (D) $-\dfrac{2}{3}$

10. 已知直线 $l \perp$ 平面 α, 直线 $m \subset$ 平面 β, 有下面四个命题:
① $\alpha \parallel \beta \Rightarrow l \perp m$; ② $\alpha \perp \beta \Rightarrow l \parallel m$; ③ $l \parallel m \Rightarrow \alpha \perp \beta$; ④ $l \perp m \Rightarrow \alpha \parallel \beta$.
其中正确的两个命题是 ( )

(A) ①与② (B) ③与④ (C) ②与④ (D) ①与③

11. 已知 $y = \log_a(2 - ax)$ 在 $[0,1]$ 上是 x 的减函数, 则 a 的取值范围是 ( )

(A) $(0,1)$ (B) $(1,2)$ (C) $(0,2)$ (D) $[2,+\infty)$

12. 等差数列 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 的前 n 项和分别为 S_n 与 T_n, 若 $\dfrac{S_n}{T_n} = \dfrac{2n}{3n+1}$, 则 $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{a_n}{b_n}$ 等于 ( )

(A) 1 (B) $\dfrac{\sqrt{6}}{3}$ (C) $\dfrac{2}{3}$ (D) $\dfrac{4}{9}$

13. 用 1, 2, 3, 4, 5 这五个数字组成没有重复数字的三位数, 其中偶数共有( )

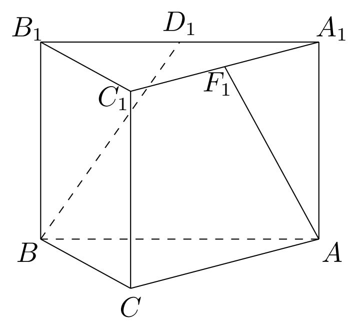
(A) 24 个 (B) 30 个 (C) 40 个 (D) 60 个

14. 在极坐标系中, 椭圆的二焦点分别在极点和点 $(2c, 0)$, 离心率为 e, 则它的极坐标方程是 ( )

(A) $\rho = \dfrac{c(1-e)}{1-e\cos\theta}$ (B) $\rho = \dfrac{c(1-e^2)}{1-e\cos\theta}$

(C) $\rho = \dfrac{c(1-e)}{1-e\cos\theta}$ (D) $\rho = \dfrac{c(1-e^2)}{e(1-e\cos\theta)}$

15. 如图, $A_1B_1C_1 - ABC$ 是直三棱柱, $\angle BCA = 90°$, 点 D_1, F_1 分别是 A_1B_1, A_1C_1 的中点, 若 $BC = CA = CC_1$, 则 BD_1 与 AF_1 所成的角的余弦值是 ( )



(A) $\dfrac{\sqrt{30}}{10}$ (B) $\dfrac{1}{2}$ (C) $\dfrac{\sqrt{30}}{15}$ (D) $\dfrac{\sqrt{15}}{10}$

16. 不等式 $\left(\dfrac{1}{3}\right)^{x^2-8} > 3^{-2x}$ 的解集是______.

17. 已知圆台上、下底面圆周都在球面上, 且下底面过球心, 母线与底面所成的角为 $\dfrac{\pi}{3}$, 则圆台的体积与球体积之比为______.

18. 函数 $y = \sin\left(x - \dfrac{\pi}{6}\right)\cos x$ 的最小值是______.

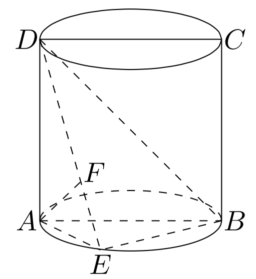
19. 直线 l 过抛物线 $y^2 = a(x+1)$ $(a > 0)$ 的焦点, 并且与 x 轴垂直, 若 l 被抛物线截得的线段长为 4, 则 $a =$______.

20. 四个不同的小球放入编号为 1, 2, 3, 4 的四个盒中, 则恰有一个空盒的放法共有______种. (用数字作答)

21. 在复平面上, 一个正方形的四个顶点按照逆时针方向依次为 Z_1, Z_2, Z_3, O (其中 O 是原点), 已知 Z_2 对应复数 $Z_2 = 1 + \sqrt{3}\mathrm{i}$. 求 Z_1 和 Z_3 对应的复数.

22. 求 $\sin^2 20° + \cos^2 50° + \sin 20°\cos 50°$ 的值.

23. 如图, 圆柱的轴截面 $ABCD$ 是正方形, 点 E 在底面的圆周上, $AF \perp DE$, F 是垂足.
(1) 求证: $AF \perp DB$;
(2) 如果圆柱与三棱锥 $D - ABE$ 的体积的比等于 3π, 求直线 DE 与平面 $ABCD$ 所成的角.



24. 某地为促进淡水鱼养殖业的发展, 将价格控制在适当范围内, 决定对淡水鱼养殖提供政府补贴. 设淡水鱼的市场价格为 x 元/千克, 政府补贴为 t 元/千克. 根据市场调查, 当 $8 \leqslant x \leqslant 14$ 时, 淡水鱼的市场日供应量 P 千克与市场日需求量 Q 千克近似满足关系: $P = 1000(x+t-8)$ $(x \geqslant 8,\ t \geqslant 0)$, $Q = 500\sqrt{40-(x-8)^2}$ $(8 \leqslant x \leqslant 14)$. 当 $P = Q$ 时市场价格称为市场平衡价格.
(1) 将市场平衡价格表示为政府补贴的函数, 并求出函数的定义域;
(2) 为使市场平衡价格不高于每千克 10 元, 政府补贴至少为每千克多少元?

25. 设 $\{a_n\}$ 是由正数组成的等比数列, S_n 是其前 n 项和.
(1) 证明: $\dfrac{\lg S_n + \lg S_{n+2}}{2} < \lg S_{n+1}$;
(2) 是否存在常数 $c > 0$, 使得 $\dfrac{\lg(S_n - c) + \lg(S_{n+2} - c)}{2} = \lg(S_{n+1} - c)$ 成立? 并证明你的结论.

26. 已知椭圆 $\dfrac{x^2}{24} + \dfrac{y^2}{16} = 1$, 直线 l: $\dfrac{x}{12} + \dfrac{y}{8} = 1$. P 是 l 上一点, 射线 OP 交椭圆于点 R, 又点 Q 在 OP 上且满足 $|OQ| \cdot |OP| = |OR|^2$, 当点 P 在 l 上移动时, 求点 Q 的轨迹方程, 并说明轨迹是什么曲线.