1996 年全国普通高等学校招生统一考试

上海　数学试卷(文史类)

考生注意：

本试卷共有 24 道试题，满分 150 分。试卷中的选做题按 A_1 组、A_2 组与 B_1 组、B_2 组排列，A_1 组对应 B_1 组，A_2 组对应 B_2 组，考生从对应的两组中可以且只可以选做一组，若同时做了对应的两组试题，或分别做了对应的两组中的部分试题，则只对考生在 A 组中所完成的部分进行评分和计分。

一、选择题(本大题满分 24 分)本大题共有 8 题，每题都给出代号为 A、B、C、D 的四个结论，其中有且只有一个结论是正确的，必须把正确结论的代号写在题后的圆括号内，选对得 3 分，不选、选错或者选出的代号超过一个(不论是否都写在圆括号内)，一律得零分。

1. 已知集合 $M=\{(x,y)\mid x+y=2\}$、$N=\{(x,y)\mid x-y=4\}$，那么集合 $M\cap N$ 为（　　）

(A) $x=3, y=-1$　　(B) $(3,-1)$

(C) $\{3,-1\}$　　(D) $\{(3,-1)\}$

2. 在下列各区间中，函数 $y=\sin\left(x+\dfrac{\pi}{4}\right)$ 的单调递增区间是（　　）

(A) $\left[\dfrac{\pi}{2},\pi\right]$　　(B) $\left[0,\dfrac{\pi}{4}\right]$　　(C) $[-\pi,0]$　　(D) $\left[\dfrac{\pi}{4},\dfrac{\pi}{2}\right]$

3. 过点(4,0)和点(0,3)的直线的倾斜角为（　　）

(A) $\mathrm{arctg}\,\dfrac{3}{4}$　　(B) $\pi-\mathrm{arctg}\,\dfrac{3}{4}$

(C) $\mathrm{arctg}\left(-\dfrac{3}{4}\right)$　　(D) $\pi-\mathrm{arctg}\left(-\dfrac{3}{4}\right)$

4. 在下列命题中，真命题是（　　）

(A) 若直线 m、n 都平行于平面 α，则 $m/\!/n$

(B) 设 $\alpha-l-\beta$ 是直二面角。若直线 $m\perp l$，则 $m\perp\beta$

(C) 若直线 m、n 在平面 α 内的射影依次是一个点和一条直线，且 $m\perp n$，则 n 在 α 内或 n 与 α 平行

(D) 设 m、n 是异面直线。若 m 与平面 α 平行，则 n 与 α 相交。

5. 将椭圆 $\dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{9}=1$ 绕其左焦点按逆时针方向旋转 90°后所得的椭圆方程是（　　）

(A) $\dfrac{(x+4)^2}{25}+\dfrac{(y-4)^2}{9}=1$　　(B) $\dfrac{(x+4)^2}{25}+\dfrac{(y+4)^2}{9}=1$

(C) $\dfrac{(x+4)^2}{9}+\dfrac{(y-4)^2}{25}=1$　　(D) $\dfrac{(x+4)^2}{9}+\dfrac{(y+4)^2}{25}=1$

6. 若 $y=f(x)$ 是定义在 R 上的函数，则 $y=f(x)$ 为奇函数的一个充要条件为（　　）

(A) $f(0)=0$

(B) 对任意的 $x\in R$，$f(x)=0$ 都成立

(C) 存在某一 $x_0\in R$，使得 $f(x_0)+f(-x_0)=0$

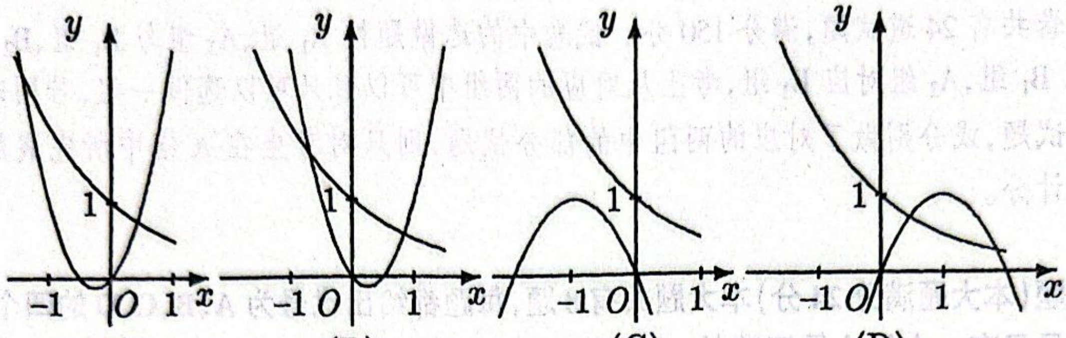
(D) 对任意的 $x\in R$，$f(x)+f(-x)=0$ 都成立

7. 如果 $\log_a 3>\log_b 3>0$，那么 a、b 间的关系是　　　　　　　　　　（　　）

(A) $0<b<a<1$　　　　　　　　　　(B) $0<a<b<1$

(C) $1<b<a$　　　　　　　　　　　(D) $1<a<b$

8. 在下列图象中，二次函数 $y=ax^2+bx$ 与指数函数 $y=\left(\frac{b}{a}\right)^x$ 的图象只可能是　　（　　）



(A)　　(B)　　(C)　　(D)

二、填空题（本大题满分 40 分）本大题共有 10 题，只要求直接填写结果，每个空格填对得 4 分，否则一律得零分。

9. 方程 $\log_2(9^x-5)=\log_2(3^x-2)+2$ 的解是 $x=$__________。

10. 函数 $y=\dfrac{1}{\sqrt{\log_{\frac{1}{2}}(2-x)}}$ 的定义域是__________。

11. 方程 $\sin\left(x-\frac{\pi}{3}\right)=\frac{\sqrt{2}}{2}$ 在 $[0,\pi]$ 上的解是 $x=$__________。

12. 函数 $y=x^{-2}(x<0)$ 的反函数是 $y=$__________。

13. 与圆 $(x-2)^2+y^2=1$ 外切，且与 y 轴相切的动圆圆心 P 的轨迹方程为__________。

14. 在 $(1+x)^2(1-x)^4$ 的展开式中，x^3 的系数是__________（结果用数值表示）。

选做题：考生可从下列两组（A_1 组和 B_1 组）中选做一组试题，其中 A_1 组适合非试点学校考生，B_1 组适合试点学校考生。

A_1

15. 已知 $O(0,0)$ 和 $A(6,3)$ 两点，若点 P 在直线 OA 上，且 $\frac{OP}{PA}=\frac{1}{2}$，又 P 是线段 OB 的中点，则点 B 的坐标是__________。

16. 平移坐标轴将抛物线 $4x^2-8x+y+5=0$ 化为标准方程 $x'^2=ay'\ (a\neq0)$，则新坐标系的原点在原坐标系中的坐标是__________。

17. 有 8 本互不相同的书，其中数学书 3 本，外文书 2 本，其它书 3 本。若将这些书排成一列放在书架上，则数学书恰好排在一起，

B_1

15. 已知 $\vec{a}+\vec{b}=2\vec{i}-8\vec{j}$，$\vec{a}-\vec{b}=-8\vec{i}+16\vec{j}$。那么 $\vec{a}\cdot\vec{b}=$__________。

16. $\lim\limits_{x\to2}\left(\frac{4}{x^2-4}-\frac{1}{x-2}\right)=$__________。

17. 有 8 本互不相同的书，其中数学书 3 本，外文书 2 本，其它书 3 本。若将这些书随机地排成一列放在书架上，则数学书恰好排在一起，外文书也恰好排在一起的概率为__________（结果用分数表示）。

18. 某人有 10 万元，准备用于投资房地产或购买股票，如果根据下面的盈利表进行决

外文书也恰好排在一起的排法共有__________种(结果用数值表示)。

18. 把半径为 3cm,中心角为$\frac{2}{3}\pi$ 的扇形卷成一个圆锥形容器,这个容器的容积为__________ cm^3(结果保留 π)。

策:

自然状况 \ 盈利(万元) 概率 \ 方案		购买股票	投资房地产
巨大成功	0.3	10	8
中等成功	0.5	3	4
失败	0.2	-5	-4

那么决策方案是__________。

三、解答题(本大题满分 86 分)本大题共有 6 题,解下列各题必须写出必要的步骤.

19. (本题满分 10 分)

已知 $\sin\left(\frac{\pi}{4}+\alpha\right)\sin\left(\frac{\pi}{4}-\alpha\right)=\frac{1}{6}$,$\alpha\in\left(\frac{\pi}{2},\pi\right)$,求 $\sin4\alpha$ 的值。

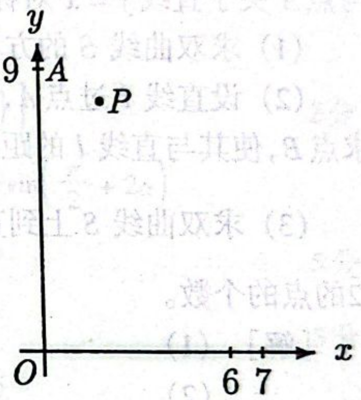
解:

20. (本题满分 10 分)本题共有 2 个小题,第 1 小题满分 6 分,第 2 小题满分 4 分。

在如图所示的直角坐标系中,一运动物体经过点 $A(0,9)$,其轨迹方程为 $y=ax^2+c\ (a<0)$,$D=(6,7)$为 x 轴上的给定区间。

(1) 为使物体落在 D 内,求 a 的取值范围;

(2) 若物体运动时又经过点 $P(2,8.1)$,问它能否落在 D 内?并说明理由。

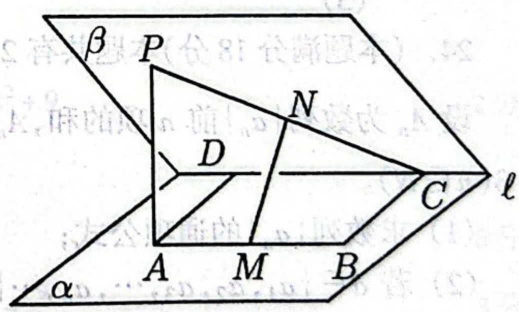


解: (1)

(2)

21. (本题满分 14 分)本题共有 3 个小题,第 1 小题满分 4 分,第 2 小题满分 5 分,第 3 小题满分 5 分。

如图,在二面角 $\alpha-l-\beta$ 中,A、$B\in\alpha$,C、$D\in l$,$ABCD$ 为矩形,$P\in\beta$,$PA\perp\alpha$,且 $PA=AD$。M、N 依次是AB、PC 的中点。



(1) 求二面角 $\alpha-l-\beta$ 的大小;

(2) 求证:$MN\perp AB$;

(3) 求异面直线 PA 与 MN 所成角的大小。

[解] (1)

(2)

(3)

选做题:考生可从下列两组(A_2 组和 B_2 组)中选做一组试题,其中 A_2 组适合非试点学校考生,B_2 组适合试点学校考生。

A_2

22. (本题满分 16 分)本题共有 3 个小题,第 1 小题满分 6 分,第 2 小题满分 4 分,第 3 小题满分 6 分。

B_2

22. (本题满分 16 分)本题共有 3 个小题,第 1 小题满分 4 分,第 2 小题满分 5 分,第 3 小题满分 7 分。

设 $z=a+bi(a、b\in R,b\neq 0,i$ 为虚数单位),$w=z+\frac{1}{z}$是实数,且 $-1<w<2$。

(1) 求$|z|$的值及 z 的实部的取值范围;

(2) 设 $u=\frac{1-z}{1+z}$。求证:u 为纯虚数;

(3) 求 $w-u^2$ 的最小值。

[解] (1)

(2)

(3)

已知 $A(-1,2)$为抛物线 $C:y=2x^2$ 上的点,直线 l_1 过点 A,且与抛物线 C 相切。直线 $l_2:x=a(a\neq -1)$交抛物线 C 于点 B,交直线 l_1 于点 D。

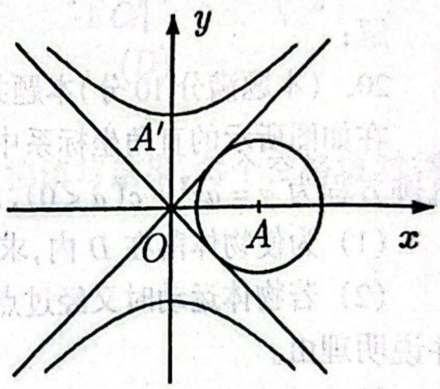
(1) 求直线 l_1 的方程;

(2) 设$\triangle ABD$ 的面积为 S_1,求$|BD|$及 S_1 的值;

(3) 设由抛物线 C、直线 l_1、l_2 所围成的图形的面积为 S_2,求证:$S_1:S_2$ 的值为与 a 无关的常数。

23. (本题满分 18 分)本题共有 3 个小题,第 1 小题满分 4 分,第 2 小题满分 4 分,第 3 小题满分 10 分。

已知双曲线 S 的两条渐近线过坐标原点,且与以点 $A(\sqrt{2},0)$为圆心、1 为半径的圆相切,双曲线 S 的一个顶点 A' 与点 A 关于直线 $y=x$ 对称。



(1) 求双曲线 S 的方程;

(2) 设直线 l 过点 A,斜率为 1。在双曲线 S 的上支上求点 B,使其与直线 l 的距离为$\sqrt{2}$;

(3) 求双曲线 S 上到直线 $l:y=\frac{2\sqrt{5}}{5}(x-\sqrt{2})$的距离为$\sqrt{2}$的点的个数。

[解] (1)

(2)

(3)

24. (本题满分 18 分)本题共有 2 个小题,第 1 小题满分 6 分,第 2 小题满分 12 分。

设 A_n 为数列$\{a_n\}$前 n 项的和,$A_n=\frac{3}{2}(a_n-1)(n\in N)$。数列$\{b_n\}$的通项公式为 $b_n=4n+3(n\in N)$。

(1) 求数列$\{a_n\}$的通项公式;

(2) 若 $d\in\{a_1,a_2,a_3,\cdots,a_n,\cdots\}\cap\{b_1,b_2,b_3,\cdots,b_n,\cdots\}$,则称 d 为数列$\{a_n\}$与$\{b_n\}$的公共项。将数列$\{a_n\}$与$\{b_n\}$的公共项,按它们在原数列中的先后顺序排成一个新的数列$\{d_n\}$,证明数列$\{d_n\}$的通项公式为 $d_n=3^{2n+1}(n\in N)$

[解] (1)

(2)

数学试卷答案及评分标准

说明:

1. 本解答列出试题的一种或几种解法,如果考生的解法与所列解法不同,可参照本解答中评分标准的精

神进行评分。

2. 评阅试卷,应坚持每题评阅到底,不要因为考生的解答中出现错误而中断对该题的评阅,当考生的解答在某一步出现错误,影响了后继部分,但该步以后的解答未改变这一道题的内容和难度时,可视影响程度决定后面部分的给分,这时原则上不应超过后面部分应给分数之半,如果有较严重的概念性错误,就不给分。

3. 第 19 题至第 24 题中右端所注的分数,表示考生正确做到这一步应得的该题的累加分数。

4. 给分或扣分均以 1 分为单位。

一、本题共 24 分。每小题 3 分。

1. D 2. B 3. B 4. C 5. C 6. D 7. D 8. A

二、本题共 40 分。每空格 4 分。

9. 1 10. $\{x\mid 1<x<2\}$(或$(1,2)$) 11. $\frac{7\pi}{12}$ 12. $y=-\sqrt{\frac{1}{x}}\ (x>0)$ 13. $y^2=6x-3$ 14. 4 15. A_1:$(4,2)$ B_1:-63 16. A_1:$(1,-1)$ B_1:$-\frac{1}{4}$ 17. A_1:1440 B_1:$\frac{1}{28}$ 18. A_1:$\frac{2\sqrt{2}}{3}\pi$ B_1:投资房地产

三、本题共 86 分。

19. (10 分)解:

由 $\sin\left(\frac{\pi}{4}+\alpha\right)\sin\left(\frac{\pi}{4}-\alpha\right)=\sin\left(\frac{\pi}{4}+\alpha\right)\cos\left[\frac{\pi}{2}-\left(\frac{\pi}{4}-\alpha\right)\right]$ 2 分

$=\sin\left(\frac{\pi}{4}+\alpha\right)\cos\left(\frac{\pi}{4}+\alpha\right)=\frac{1}{2}\sin\left(\frac{\pi}{2}+2\alpha\right)$

$=\frac{1}{2}\cos 2\alpha=\frac{1}{6}$ 5 分

得 $\cos 2\alpha=\frac{1}{3}$,又 $2\alpha\in(\pi,2\pi)$,得 $\sin 2\alpha=-\frac{2}{3}\sqrt{2}$ 8 分

故 $\sin 4\alpha=2\sin 2\alpha\cos 2\alpha=2\cdot\left(-\frac{2}{3}\sqrt{2}\right)\cdot\frac{1}{3}=-\frac{4\sqrt{2}}{9}$ 10 分

20. (10 分)第 1 小题 6 分。第 2 小题 4 分。

解:

(1) 由点 A 的坐标为$(0,9)$,得 $c=9$,即轨迹方程为 $y=ax^2+9$ 2 分

令 $y=0$,得 $ax^2+9=0$,$x^2=-\frac{9}{a}$

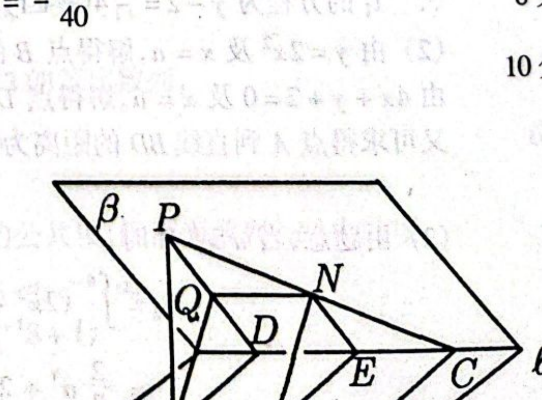
由题意 $6<\sqrt{-\frac{9}{a}}<7$,解得 $-\frac{1}{4}<a<-\frac{9}{49}$ 6 分

(2) 若物体又经过点 $P(2,8.1)$,则 $8.1=4a+9$,解得 $a=-\frac{9}{40}$ 8 分

$\because\ -\frac{1}{4}<-\frac{9}{40}<-\frac{9}{49}$, $\therefore$ 物体能落在 D 内 10 分

21. (14 分)第 1 小题 4 分。第 2,3 小题各 5 分。

解:



(1) 连接 PD。 $\because$ $PA\perp\alpha$,$AD\perp l$, $\therefore$ $PD\perp l$

$\therefore$ $\angle PDA$ 是二面角 $\alpha-l-\beta$ 的平面角 2 分

在 Rt△PAD 中,$\because$ $PA=AD$, $\therefore$ $\angle PDA=45°$,

即二面角 $\alpha-l-\beta$ 的大小为 45° 4 分

(2) 设 E 是 DC 的中点,连结 ME、NE

$\because$ M、N、E 依次是 AB、PC、DC 的中点,

$\therefore$ $ME\,/\!/\,AD$,$NE\,/\!/\,PD$ $\therefore$ $ME\perp l$,$NE\perp l$

因而 $l\perp$平面 MNE 7分

$\because\ AB/\!/l$， $\therefore\ AB\perp$平面 MNE

$\because\ MN\subset$平面 MNE， $\therefore\ MN\perp AB$ 9分

(3) 设 Q 是 DP 的中点，连结 NQ、AQ，得 $NQ/\!/DC$，且 $NQ=\dfrac{1}{2}DC$

$\because\ AM/\!/DC$，且 $AM=\dfrac{1}{2}AB=\dfrac{1}{2}DC$， $\therefore\ QN/\!/AM，QN=AM$

得 $QNMA$ 为平行四边形 $\therefore\ AQ/\!/MN$

于是$\angle PAQ$ 是异面直线 PA 与 MN 所成的角 12分

$\because\ \triangle PAD$ 为等腰直角三角形，AQ 为斜边上的中线， $\therefore\ \angle PAQ=45^\circ$，

即 PA 与 MN 所成角的大小为 45° 14分

22. (16分)第1、3小题各6分。第2小题4分。

(A_2)(1) 解：

$$w=a+bi+\frac{1}{a+bi}=\left(a+\frac{a}{a^2+b^2}\right)+\left(b-\frac{b}{a^2+b^2}\right)i$$ 2分

$\because\ w$ 是实数，$b\neq0$ $\therefore\ a^2+b^2=1$，即$|z|=1$ 4分

$w=2a$ $\because\ -1<w<2$ $\therefore\ z$ 的实部的取值范围是$\left(-\dfrac{1}{2},1\right)$ 6分

(2) 证：

$$u=\frac{1-z}{1+z}=\frac{1-a-bi}{1+a+bi}=\frac{(1-a-bi)(1+a-bi)}{(1+a+bi)(1+a-bi)}$$

$$=\frac{1-a^2-b^2-2bi}{(1+a)^2+b^2}=-\frac{b}{a+1}i,$$ 9分

$\because\ a\in\left(-\dfrac{1}{2},1\right)$，$b\neq0$， $\therefore\ u$ 为纯虚数。 10分

(3) 解：

$$w-u^2=2a+\frac{b^2}{(a+1)^2}=2a+\frac{1-a^2}{(a+1)^2}$$ 12分

$$=2a-\frac{a-1}{a+1}=2a-1+\frac{2}{a+1}$$

$$=2\left[(a+1)+\frac{1}{(a+1)}\right]-3$$ 14分

$\because\ a\in\left(-\dfrac{1}{2},1\right)$， $\therefore\ a+1>0$。 $\therefore\ w-u^2\geqslant2\times2-3=1$ 15分

当 $a+1=\dfrac{1}{a+1}$，即 $a=0$ 时，上式取等号，

$\therefore\ w-u^2$ 的最小值是1 16分

22. (16分)第1小题4分。第2小题5分。第3小题7分。

(B_2)解：(1) 由 $y=2x^2$，得 $y'=4x$ 当 $x=-1$ 时，$y'=-4$

$\therefore\ l_1$ 的方程为 $y-2=-4(x+1)$，即 $4x+y+2=0$ 4分

(2) 由 $y=2x^2$ 及 $x=a$，解得点 B 的坐标为$(a,2a^2)$

由 $4x+y+2=0$ 及 $x=a$，解得点 D 的坐标为$(a,-4a-2)$ 6分

又可求得点 A 到直线 BD 的距离为$|a+1|$，$|BD|=2a^2+4a+2=2(a+1)^2$

$$\therefore\ S_1=|a+1|^3$$ 9分

(3) 由题意，当 $a>-1$ 时，

$$S_2=\int_{-1}^{a}(2x^2+4x+2)\,dx=\left(\frac{2}{3}x^3+2x^2+2x\right)\Big|_{-1}^{a}$$

$$=\frac{2}{3}a^3+2a^2+2a+\frac{2}{3}-2+2=\frac{2}{3}(a+1)^3,$$ 13分

当 $a<-1$ 时， $S_2=\displaystyle\int_{a}^{-1}(2x^2+4x+2)\,dx=-\frac{2}{3}(a+1)^3,$ 15分

$\therefore \quad S_1:S_2=\dfrac{3}{2}$。即 $S_1:S_2$ 的值为与 a 无关的常数。 16分

说明：若计算正确，但未对 a 作讨论，扣2分。

23. (18分)第1、2小题各4分。第3小题10分。

解：

(1) 由已知得双曲线的渐近线为 $y=\pm x$，因而 S 为等轴双曲线。 2分

因为其一个顶点为 $A'(0,\sqrt{2})$，

所以双曲线 S 的方程为 $\dfrac{y^2}{2}-\dfrac{x^2}{2}=1$ 4分

(2) 若 $B(x,\sqrt{x^2+2})$ 是双曲线 S 的上支上到直线 $l: y=x-\sqrt{2}$ 的距离为 $\sqrt{2}$ 的点，则

$$\frac{|x-\sqrt{x^2+2}-\sqrt{2}|}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}$$ 6分

解得 $x=\sqrt{2}, y=2$。 $\therefore$ 点 B 的坐标是 $(\sqrt{2},2)$ 8分

(3) 若直线 $l': y=\dfrac{2\sqrt{5}}{5}x+m$ 与直线 l 平行，且两线间的距离是 $\sqrt{2}$，

则点 $A(\sqrt{2},0)$ 到直线 l' 的距离为

$$\frac{|2\sqrt{10}/5+m|}{3\sqrt{5}/5}=\sqrt{2}$$

解得： $$m_1=\frac{\sqrt{10}}{5}, m_2=-\sqrt{10}$$ 10分

设 $l_1: y=\dfrac{2\sqrt{5}}{5}x+\dfrac{\sqrt{10}}{5}$，$l_2: y=\dfrac{2\sqrt{5}}{5}x-\sqrt{10}$ 12分

由 $y^2-x^2=2$ 及 $y=\dfrac{2\sqrt{5}}{5}x+\dfrac{\sqrt{10}}{5}$，得 $x^2-4\sqrt{2}x+8=0$

$\because \quad \Delta_1=0$， $\therefore$ 直线 l_1 与双曲线 S 只有一个公共点 14分

由 $y^2-x^2=2$ 及 $y=\dfrac{2\sqrt{5}}{5}x-\sqrt{10}$，得 $x^2+20\sqrt{2}x-40=0$

$\because \quad \Delta_2=960>0$， $\therefore$ 直线 l_2 与双曲线 S 有两个公共点 16分

$\because$ 双曲线 S 上到直线 l 的距离为 $\sqrt{2}$ 的点的个数就是直线 l_1、l_2 与双曲线 S 的公共点的个数之和。

$\therefore$ 所求的点的个数是3 18分

24. (18分)第1小题6分。第2小题12分。

解：

(1) 由已知 $A_n=\dfrac{3}{2}(a_n-1)(n\in N)$，

当 $n=1$ 时，$a_1=\dfrac{3}{2}(a_1-1)$，解得 $a_1=3$ 2分

当 $n\geqslant 2$ 时，$a_n=A_n-A_{n-1}=\dfrac{3}{2}(a_n-a_{n-1})$，由此解得 $a_n=3a_{n-1}$，

即 $\dfrac{a_n}{a_{n-1}}=3(n\geqslant 2)$， $\therefore$ 数列 $\{a_n\}$ 是首项为3，公比为3的等比数列，

故得： $$a_n=3^n(n\in N)$$ 6分

(2) 证法一：

(i) 先证明形如 $3^{2n+1}(n\in N)$ 的数为数列 $\{a_n\}$ 与 $\{b_n\}$ 的公共项，因而为数列 $\{d_n\}$ 中的项。

$\because$ 数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n=3^n$， $\therefore \quad 3^{2n+1}\in\{a_1,a_2,\cdots,a_n,\cdots\}$

$\because \quad 3^{2n+1}=3\cdot 9^n=3(8+1)^n=3(8^n+C_n^1 8^{n-1}+\cdots+C_n^{n-1}8+1)$

$=3[8(8^{n-1}+C_n^1 8^{n-2}+\cdots+C_n^{n-1})+1]$

令 $t=8^{n-1}+C_n^1 8^{n-2}+\cdots+C_n^{n-1}$，则 t 为正整数

$$\therefore \quad 3^{2n+1}=3(8t+1)=4\cdot(6t)+3$$

$$\therefore\quad 3^{2n+1}\in\{b_1,b_2,\cdots,b_n,\cdots\}$$

$$\therefore\quad 3^{2n+1}\in\{a_1,a_2,\cdots,a_n\cdots\}\cap\{b_1,b_2,\cdots,b_n,\cdots\}$$ 12分

(ⅱ) 再证明数列$\{a_n\}$中除了形如$3^{2n+1}(n\in N)$的项外,其它项都不是$\{b_n\}$中的项,因而不是$\{d_n\}$中的项。

显然 $a_1=3$ 不是$\{b_n\}$中的项。

$$\because\quad a_{2n}=3^{2n}=(8+1)^n=8t+1=4(2t)+1(n,t\in N),$$

$\therefore\quad a_{2n}(n\in N)$不是$\{b_n\}$中的项,因而不是$\{d_n\}$中的项。

由(i)与(ii),数列$\{d_n\}$的通项公式是

$$d_n=a_{2n+1}=3^{2n+1}\quad(n\in N)$$ 18分

证法二:

由计算可知,a_1,a_2 不是数列$\{b_n\}$中的项

$$\because\quad a_3=27=4\times6+3,$$

$\therefore\quad d_1=27$ 是数列$\{b_n\}$中的第 6 项 8分

设 $a_k=3^k$ 是数列$\{b_n\}$中的第 m 项,

则 $$3^k=4m+3(k,m\in N),$$ 12分

$$\because\quad a_{k+1}=3^{k+1}=3\cdot3^k=3(4m+3)=4(3m+2)+1,$$

$\therefore\quad a_{k+1}$不是数列$\{b_n\}$中的项

而 $$a_{k+2}=3^{k+2}=9\cdot3^k=9(4m+3)=4(9m+6)+3,$$

$\therefore\quad a_{k+2}$是数列$\{b_n\}$中的项。由以上讨论可知

$$d_1=a_3,\quad d_2=a_5,\quad d_3=a_7,\cdots,d_n=a_{2n+1}$$ 16分

$\therefore$ 数列$\{d_n\}$的通项公式是 $$d_n=a_{2n+1}=3^{2n+1}\quad(n\in N)$$ 18分

说明:

如果考生用数学归纳法证明,可参照证法二给分。