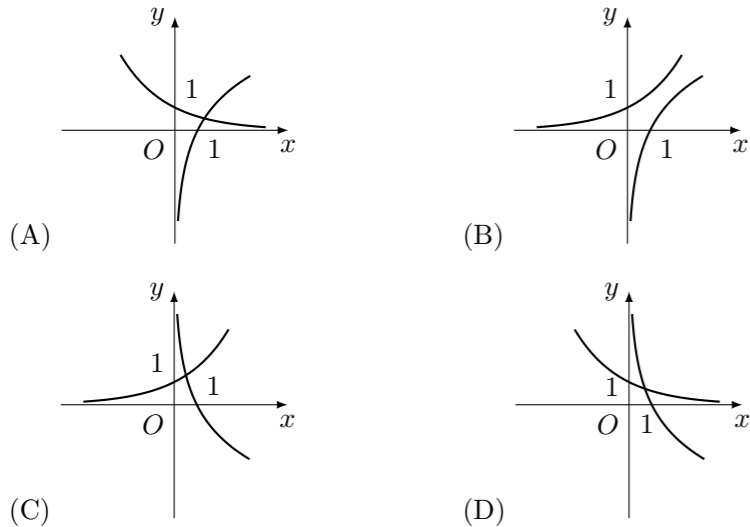


1996 普通高等学校招生考试 (全国卷理)

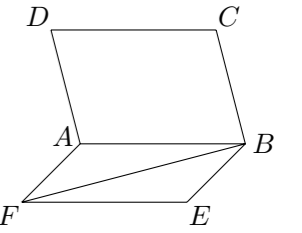
1. 已知全集 $I = \mathbf{N}$, 集合 $A = \{x | x = 2n, n \in \mathbf{N}\}$, $B = \{x | x = 4n, n \in \mathbf{N}\}$, 则 ()
 (A) $I = A \cup B$ (B) $I = \bar{A} \cup B$ (C) $I = A \cup \bar{B}$ (D) $I = \bar{A} \cup \bar{B}$
2. 当 $a > 1$ 时, 在同一坐标系中, 函数 $y = a^{-x}$ 与 $y = \log_a x$ 的图象 ()



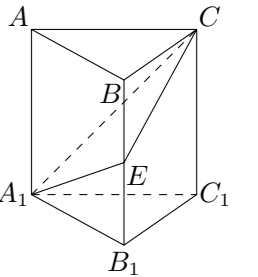
3. 若 $\sin^2 x > \cos^2 x$, 则 x 的取值范围是 ()
 (A) $\left\{x \mid 2k\pi - \frac{3}{4}\pi < x < 2k\pi + \frac{1}{4}\pi, k \in \mathbf{Z}\right\}$
 (B) $\left\{x \mid 2k\pi + \frac{1}{4}\pi < x < 2k\pi + \frac{5}{4}\pi, k \in \mathbf{Z}\right\}$
 (C) $\left\{x \mid k\pi - \frac{1}{4}\pi < x < k\pi + \frac{1}{4}\pi, k \in \mathbf{Z}\right\}$
 (D) $\left\{x \mid k\pi + \frac{1}{4}\pi < x < k\pi + \frac{3}{4}\pi, k \in \mathbf{Z}\right\}$
4. 复数 $\frac{(2+2i)^4}{(1-\sqrt{3}i)^5}$ 等于 ()
 (A) $1 + \sqrt{3}i$ (B) $-1 + \sqrt{3}i$ (C) $1 - \sqrt{3}i$ (D) $-1 - \sqrt{3}i$
5. 如果直线 l, m 与平面 α, β, γ 满足: $l = \beta \cap \gamma, l \parallel \alpha, m \subset \alpha, m \perp \gamma$, 那么必有 ()
 (A) $\alpha \perp \gamma$ 且 $l \perp m$ (B) $\alpha \perp \gamma$ 且 $m \parallel \beta$
 (C) $m \parallel \beta$ 且 $l \perp m$ (D) $\alpha \parallel \beta$ 且 $\alpha \perp \gamma$
6. 当 $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$, $f(x) = \sin x + \sqrt{3}\cos x$ 的 ()
 (A) 最大值是 1, 最小值是 -1 (B) 最大值是 1, 最小值是 $-\frac{1}{2}$
 (C) 最大值是 2, 最小值是 -2 (D) 最大值是 2, 最小值是 -1

7. 椭圆 $\begin{cases} x = 3 + 3\cos\varphi, \\ y = -1 + 5\sin\varphi, \end{cases}$ 的两个焦点坐标是 ()
 (A) $(-3, 5), (-3, -3)$ (B) $(3, 3), (3, -5)$
 (C) $(1, 1), (-7, 1)$ (D) $(7, -1), (-1, -1)$
8. 若 $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$, 则 $\arcsin\left[\cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)\right] + \arccos[\sin(\pi + \alpha)]$ 等于 ()
 (A) $\frac{\pi}{2}$ (B) $-\frac{\pi}{2}$ (C) $\frac{\pi}{2} - 2\alpha$ (D) $-\frac{\pi}{2} - 2\alpha$
9. 将边长为 a 的正方形 $ABCD$ 沿对角线 AC 折起, 使得 $BD = a$, 则三棱锥 $D-ABC$ 的体积为 ()
 (A) $\frac{a^3}{6}$ (B) $\frac{a^3}{12}$ (C) $\frac{\sqrt{3}}{12}a^3$ (D) $\frac{\sqrt{2}}{12}a^3$
10. 等比数列 $\{a_n\}$ 的首项 $a_1 = -1$, 前 n 项和为 S_n , 若 $\frac{S_{10}}{S_5} = \frac{31}{32}$, 则 $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 等于 ()
 (A) $\frac{2}{3}$ (B) $-\frac{2}{3}$ (C) 2 (D) -2
11. 椭圆的极坐标方程为 $\rho = \frac{3}{2 - \cos\theta}$, 则它在短轴上的两个顶点的极坐标是 ()
 (A) $(3, 0), (1, \pi)$
 (B) $\left(\sqrt{3}, \frac{\pi}{2}\right), \left(\sqrt{3}, \frac{3\pi}{2}\right)$
 (C) $\left(2, \frac{\pi}{3}\right), \left(2, \frac{5\pi}{3}\right)$
 (D) $\left(\sqrt{7}, \arctan \frac{\sqrt{3}}{2}\right), \left(\sqrt{7}, 2\pi - \arctan \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$
12. 等差数列 $\{a_n\}$ 的前 m 项和为 30, 前 $2m$ 项和为 100, 则它的前 $3m$ 项和为 ()
 (A) 130 (B) 170 (C) 210 (D) 260
13. 设双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($0 < a < b$) 的半焦距为 c , 直线 l 过 $(a, 0), (0, b)$ 两点, 已知原点到直线 l 的距离为 $\frac{\sqrt{3}}{4}c$, 则双曲线的离心率为 ()
 (A) 2 (B) $\sqrt{3}$ (C) $\sqrt{2}$ (D) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$
14. 母线长为 1 的圆锥体积最大时, 其侧面展开图圆心角 φ 等于 ()
 (A) $\frac{2\sqrt{2}}{3}\pi$ (B) $\frac{2\sqrt{3}}{3}\pi$ (C) $\sqrt{2}\pi$ (D) $\frac{2\sqrt{6}}{3}\pi$
15. 设 $f(x)$ 是 $(-\infty, +\infty)$ 上的奇函数, $f(x+2) = -f(x)$, 当 $0 \leq x \leq 1$ 时, $f(x) = x$, 则 $f(7.5)$ 等于 ()
 (A) 0.5 (B) -0.5 (C) 1.5 (D) -1.5
16. 已知圆 $x^2 + y^2 - 6x - 7 = 0$ 与抛物线 $y^2 = 2px$ ($p > 0$) 的准线相切, 则 $p =$ _____.
17. 正六边形的中心和顶点共 7 个点, 以其中 3 个点为顶点的三角形共有_____个. (用数字作答)

18. $\tan 20^\circ + \tan 40^\circ + \sqrt{3}\tan 20^\circ \tan 40^\circ$ 的值是_____.
19. 如图, 正方形 $ABCD$ 所在平面与正方形 $ABEF$ 所在平面成 60° 的二面角, 则异面直线 AD 与 BF 所成角的余弦值是_____.



20. 解不等式: $\log_a\left(1 - \frac{1}{x}\right) > 1$.
21. 已知 $\triangle ABC$ 的三个内角 A, B, C 满足: $A + C = 2B, \frac{1}{\cos A} + \frac{1}{\cos C} = -\frac{\sqrt{2}}{\cos B}$, 求 $\cos \frac{A-C}{2}$ 的值.
22. 如图, 在正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, $E \in BB_1$, 截面 $A_1EC \perp$ 侧面 AC_1 .
 (1) 求证: $BE = EB_1$;
 (2) 若 $AA_1 = A_1B_1$, 求平面 A_1EC 与平面 $A_1B_1C_1$ 所成二面角 (锐角) 的度数.



23. 某地现有耕地 10000 公顷, 规划 10 年后粮食单产比现在增加 22%, 人均粮食占有量比现在提高 10%. 如果人口年增长率为 1%, 那么耕地平均每年至多只能减少多少公顷 (精确到 1 公顷)?
 (粮食单产 = $\frac{\text{总产量}}{\text{耕地面积}}$, 人均粮食占有量 = $\frac{\text{总产量}}{\text{总人口数}}$)
24. 已知 l_1, l_2 是过点 $P(-\sqrt{2}, 0)$ 的两条互相垂直的直线, 且 l_1, l_2 与双曲线 $y^2 - x^2 = 1$ 各有两个交点, 分别为 A_1, B_1 和 A_2, B_2 .
 (1) 求 l_1 的斜率 k_1 的取值范围;
 (2) 若 $|A_1B_1| = \sqrt{5}|A_2B_2|, l_1$, 求 l_1, l_2 的方程.
25. 已知 a, b, c 是实数, 函数 $f(x) = ax^2 + bx + c, g(x) = ax + b$, 当 $-1 \leq x \leq 1$ 时, $|f(x)| \leq 1$.
 (1) 证明: $|c| \leq 1$;
 (2) 证明: 当 $-1 \leq x \leq 1$ 时, $|g(x)| \leq 2$;
 (3) 设 $a > 0$, 当 $-1 \leq x \leq 1$ 时, $g(x)$ 的最大值为 2, 求 $f(x)$.