

1997 普通高等学校招生考试 (全国卷文)

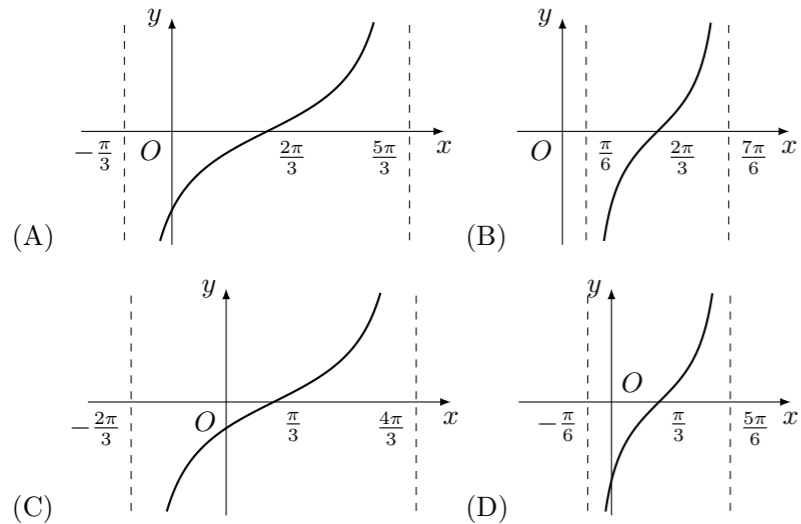
1. 设集合 $M = \{x | 0 \leq x < 2\}$, 集合 $N = \{x | x^2 - 2x - 3 < 0\}$, 集合 $M \cap N =$ ()

- (A) $\{x | 0 \leq x < 1\}$ (B) $\{x | 0 \leq x < 2\}$
(C) $\{x | 0 \leq x \leq 1\}$ (D) $\{x | 0 \leq x \leq 2\}$

2. 如果直线 $ax + 2y + 2 = 0$ 与直线 $3x - y - 2 = 0$ 平行, 那么系数 $a =$ ()

- (A) -3 (B) -6 (C) $-\frac{3}{2}$ (D) $\frac{2}{3}$

3. 函数 $y = \tan\left(\frac{1}{2}x - \frac{\pi}{3}\right)$ 在一个周期内的图象是 ()



4. 已知三棱锥 $D - ABC$ 的三个侧面与底面全等, 且 $AB = AC = \sqrt{3}$, $BC = 2$, 则以 BC 为棱, 以面 BCD 与面 BCA 为面的二面角的大小是 ()

- (A) $\frac{\pi}{4}$ (B) $\frac{\pi}{3}$ (C) $\frac{\pi}{2}$ (D) $\frac{2\pi}{3}$

5. 函数 $y = \sin\left(\frac{\pi}{3} - 2x\right) + \sin 2x$ 的最小正周期是 ()

- (A) $\frac{\pi}{2}$ (B) π (C) 2π (D) 4π

6. 满足 $\tan \alpha \geq \cot \alpha$ 的 α 的一个取值区间是 ()

- (A) $\left(0, \frac{\pi}{4}\right]$ (B) $\left[0, \frac{\pi}{4}\right]$ (C) $\left[\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}\right)$ (D) $\left[\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}\right]$

7. 设函数 $y = f(x)$ 定义在实数集上, 则函数 $y = f(x-1)$ 与 $y = f(1-x)$ 的图象关于 ()

- (A) 直线 $y = 0$ 对称 (B) 直线 $x = 0$ 对称
(C) 直线 $y = 1$ 对称 (D) 直线 $x = 1$ 对称

8. 长方体一个顶点上三条棱的长分别是 3, 4, 5, 且它的八个顶点都在同一个球面上, 这个球的表面积是 ()

- (A) $20\sqrt{2}\pi$ (B) $25\sqrt{2}\pi$ (C) 50π (D) 200π

9. 如果直线 l 将圆 $x^2 + y^2 - 2x - 4y = 0$ 平分, 且不通过第四象限, 那么 l 的斜率的取值范围是 ()

- (A) $[0, 2]$ (B) $[0, 1]$ (C) $\left[0, \frac{1}{2}\right]$ (D) $\left[0, \frac{1}{2}\right)$

10. 函数 $y = \cos^2 x - 3 \cos x + 2$ 的最小值为 ()

- (A) 2 (B) 0 (C) $-\frac{1}{4}$ (D) 6

11. 椭圆 C 与椭圆 $\frac{(x-3)^2}{9} + \frac{(y-2)^2}{4} = 1$ 关于直线 $x + y = 0$ 对称, 椭圆 C 的方程是 ()

- (A) $\frac{(x+2)^2}{4} + \frac{(y+3)^2}{9} = 1$ (B) $\frac{(x-2)^2}{9} + \frac{(y-3)^2}{4} = 1$
(C) $\frac{(x+2)^2}{9} + \frac{(y+3)^2}{4} = 1$ (D) $\frac{(x-2)^2}{4} + \frac{(y-3)^2}{9} = 1$

12. 圆台上、下底面积分别为 π 、 4π , 侧面积为 6π , 这个圆台的体积是 ()

- (A) $\frac{2\sqrt{3}\pi}{3}$ (B) $2\sqrt{3}\pi$ (C) $\frac{7\sqrt{3}\pi}{6}$ (D) $\frac{7\sqrt{3}\pi}{3}$

13. 定义在区间 $(-\infty, +\infty)$ 的奇函数 $f(x)$ 为增函数, 偶函数 $g(x)$ 在区间 $[0, +\infty)$ 的图象与 $f(x)$ 的图象重合, 设 $a > b > 0$, 给出下列不等式:

- ① $f(b) - f(-a) > g(a) - g(-b)$; ② $f(b) - f(-a) < g(a) - g(-b)$;
③ $f(a) - f(-b) > g(b) - g(-a)$; ④ $f(a) - f(-b) < g(b) - g(-a)$.

- 其中成立的是 ()
(A) ①与④ (B) ②与③ (C) ①与③ (D) ②与④

14. 不等式组 $\begin{cases} x > 0, \\ 3-x > \left| \frac{2-x}{2+x} \right| \end{cases}$ 的解集是 ()

- (A) $\{x | 0 < x < 2\}$ (B) $\{x | 0 < x < 2.5\}$
(C) $\{x | 0 < x < \sqrt{6}\}$ (D) $\{x | 0 < x < 3\}$

15. 四面体的一个顶点为 A , 从其他顶点与棱的中点中取 3 个点, 使它们和点 A 在同一平面上, 不同的取法共有 ()

- (A) 30 种 (B) 33 种 (C) 36 种 (D) 39 种

16. 已知 $\left(\frac{a}{x} - \sqrt{\frac{x}{2}}\right)^9$ 的展开式中 x^3 的系数为 $\frac{9}{4}$, 常数 a 的值为_____.

17. 已知直线 $x - y = 2$ 与抛物线 $y^2 = 4x$ 交于 A, B 两点, 那么线段 AB 的中点坐标是_____.

18. $\frac{\sin 7^\circ + \cos 15^\circ \sin 8^\circ}{\cos 7^\circ - \sin 15^\circ \sin 8^\circ}$ 的值为_____.

19. 已知 m, l 是直线, α, β 是平面, 给出下列命题:

- ① 若 l 垂直于 α 内的两条相交直线, 则 $l \perp \alpha$;
② 若 l 平行于 α , 则 l 平行于 α 内的所有直线;
③ 若 $m \subset \alpha, l \subset \beta$, 且 $l \perp m$, 则 $\alpha \perp \beta$;
④ 若 $l \subset \beta$, 且 $l \perp \alpha$, 则 $\alpha \perp \beta$;
⑤ 若 $m \subset \alpha, l \subset \beta$, 且 $\alpha \parallel \beta$, 则 $m \parallel l$.

其中正确的命题的序号是_____. (注: 把你认为正确的命题的序号都填上)

20. 已知复数 $z = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i, \omega = \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i$. 求复数 $z\omega + z\omega^3$ 的模及辐角主值.

21. 设 S_n 是等差数列 $\{a_n\}$ 前 n 项的和. 已知 $\frac{S_3}{3}$ 与 $\frac{S_4}{4}$ 的等比中项为 $\frac{S_1}{5}$, $\frac{S_3}{3}$ 与 $\frac{S_4}{4}$ 的等差中项为 1. 求等差数列 $\{a_n\}$ 的通项 a_n .

22. 甲、乙两地相距 S 千米, 汽车从甲地匀速行驶到乙地, 速度不得超过 c 千米/时. 已知汽车每小时的运输成本 (以元为单位) 由可变部分和固定部分组成: 可变部分与速度 v (千米/时) 的平方成正比, 比例系数为 b ; 固定部分为 a 元.

(1) 把全程运输成本 y (元) 表示为速度 v (千米/时) 的函数, 并指出这个函数的定义域;

(2) 为了使全程运输成本最小, 汽车应以多大速度行驶?

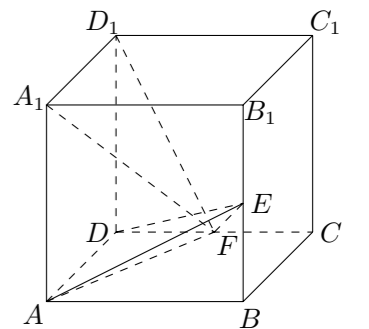
23. 如图, 在正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, E, F 分别是 BB_1, CD 的中点.

(1) 证明: $AD \perp D_1F$;

(2) 求 AE 与 D_1F 所成的角;

(3) 证明: 面 AED 面 A_1FD_1 ;

(4) 设 $AA_1 = 2$, 求三棱锥 $F - A_1ED_1$ 的体积.



24. 已知过原点 O 的一条直线与函数 $y = \log_8 x$ 的图象交于 A, B 两点, 分别过点 A, B 作 y 轴的平行线与函数的 $y = \log_2 x$ 的图象交于 C, D 两点.

(1) 证明: 点 C, D 和原点 O 在同一条直线上;

(2) 当 BC 平行于 x 轴时, 求点 A 的坐标.

25. 设圆满足: ① 截 y 轴所得弦长为 2; ② 被 x 轴分成两段圆弧, 其弧长的比为 3:1; ③ 圆心到直线 $l: x - 2y = 0$ 的距离为 $\frac{\sqrt{5}}{5}$. 求该圆的方程.