

1997 普通高等学校招生考试 (全国卷理)

1. 设集合  $M = \{x | 0 \leq x < 2\}$ , 集合  $N = \{x | x^2 - 2x - 3 < 0\}$ , 集合  $M \cap N =$  ( )  
 (A)  $\{x | 0 \leq x < 1\}$  (B)  $\{x | 0 \leq x < 2\}$   
 (C)  $\{x | 0 \leq x \leq 1\}$  (D)  $\{x | 0 \leq x \leq 2\}$
2. 如果直线  $ax + 2y + 2 = 0$  与直线  $3x - y - 2 = 0$  平行, 那么系数  $a =$  ( )  
 (A) -3 (B) -6 (C)  $-\frac{3}{2}$  (D)  $\frac{2}{3}$
3. 函数  $y = \tan\left(\frac{1}{2}x - \frac{\pi}{3}\right)$  在一个周期内的图象是 ( )
- (A)

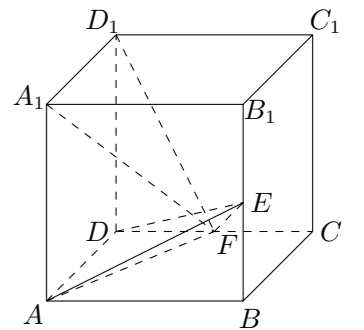
(B)
- (C)

(D)
4. 已知三棱锥  $D - ABC$  的三个侧面与底面全等, 且  $AB = AC = \sqrt{3}$ ,  $BC = 2$ , 则以  $BC$  为棱, 以面  $BCD$  与面  $BCA$  为面的二面角的大小是 ( )  
 (A)  $\arccos \frac{\sqrt{3}}{3}$  (B)  $\arccos \frac{1}{3}$  (C)  $\frac{\pi}{2}$  (D)  $\frac{2\pi}{3}$
5. 函数  $y = \sin\left(\frac{\pi}{3} - 2x\right) + \cos 2x$  的最小正周期是 ( )  
 (A)  $\frac{\pi}{2}$  (B)  $\pi$  (C)  $2\pi$  (D)  $4\pi$
6. 满足  $\arccos(1-x) \geq \arccos x$  的  $x$  的取值范围是 ( )  
 (A)  $\left[-1, -\frac{1}{2}\right]$  (B)  $\left[-\frac{1}{2}, 0\right]$  (C)  $\left[0, \frac{1}{2}\right]$  (D)  $\left[\frac{1}{2}, 1\right]$
7. 将  $y = 2^x$  的图象\_\_\_\_\_, 再作关于直线  $y = x$  对称的图象, 可得到函数  $y = \log_2(x+1)$  的图象. ( )  
 (A) 先向左平行移动 1 个单位 (B) 先向右平行移动 1 个单位  
 (C) 先向上平行移动 1 个单位 (D) 先向下平行移动 1 个单位
8. 长方体一个顶点上三条棱的长分别是 3, 4, 5, 且它的八个顶点都在同一个球面上, 这个球的表面积是 ( )  
 (A)  $20\sqrt{2}\pi$  (B)  $25\sqrt{2}\pi$  (C)  $50\pi$  (D)  $200\pi$

9. 曲线的参数方程是  $\begin{cases} x = 1 - \frac{1}{t} \\ y = 1 - t^2 \end{cases}$  ( $t$  是参数,  $t \neq 0$ ), 它的普通方程是 ( )  
 (A)  $(x-1)^2(y-1) = 1$  (B)  $y = \frac{x(x-2)}{(1-x)^2}$   
 (C)  $y = \frac{1}{(1-x)^2} - 1$  (D)  $y = \frac{x}{1-x^2} + 1$
10. 函数  $y = \cos^2 x - 3 \cos x + 2$  的最小值为 ( )  
 (A) 2 (B) 0 (C)  $-\frac{1}{4}$  (D) 6
11. 椭圆  $C$  与椭圆  $\frac{(x-3)^2}{9} + \frac{(y-2)^2}{4} = 1$  关于直线  $x+y=0$  对称, 椭圆  $C$  的方程是 ( )  
 (A)  $\frac{(x+2)^2}{4} + \frac{(y+3)^2}{9} = 1$  (B)  $\frac{(x-2)^2}{9} + \frac{(y-3)^2}{4} = 1$   
 (C)  $\frac{(x+2)^2}{9} + \frac{(y+3)^2}{4} = 1$  (D)  $\frac{(x-2)^2}{4} + \frac{(y-3)^2}{9} = 1$
12. 圆台上、下底面积分别为  $\pi$ 、 $4\pi$ , 侧面积为  $6\pi$ , 这个圆台的体积是 ( )  
 (A)  $\frac{2\sqrt{3}\pi}{3}$  (B)  $2\sqrt{3}\pi$  (C)  $\frac{7\sqrt{3}\pi}{6}$  (D)  $\frac{7\sqrt{3}\pi}{3}$
13. 定义在区间  $(-\infty, +\infty)$  的奇函数  $f(x)$  为增函数, 偶函数  $g(x)$  在区间  $[0, +\infty)$  的图象与  $f(x)$  的图象重合, 设  $a > b > 0$ , 给出下列不等式:  
 ①  $f(b) - f(-a) > g(a) - g(-b)$ ; ②  $f(b) - f(-a) < g(a) - g(-b)$ ;  
 ③  $f(a) - f(-b) > g(b) - g(-a)$ ; ④  $f(a) - f(-b) < g(b) - g(-a)$ .  
 其中成立的是 ( )  
 (A) ①与④ (B) ②与③ (C) ①与③ (D) ②与④
14. 不等式组  $\begin{cases} x > 0, \\ \frac{3-x}{3+x} > \left| \frac{2-x}{2+x} \right| \end{cases}$  的解集是 ( )  
 (A)  $\{x | 0 < x < 2\}$  (B)  $\{x | 0 < x < 2.5\}$   
 (C)  $\{x | 0 < x < \sqrt{6}\}$  (D)  $\{x | 0 < x < 3\}$
15. 四面体的顶点和各棱中点共 10 个点, 在其中取 4 个不共面的点, 不同的取法共有 ( )  
 (A) 150 种 (B) 147 种 (C) 144 种 (D) 141 种
16. 已知  $\left(\frac{a}{x} - \sqrt{\frac{x}{2}}\right)^9$  的展开式中  $x^3$  的系数为  $\frac{9}{4}$ , 常数  $a$  的值为\_\_\_\_\_.
17. 已知直线的极坐标方程为  $\rho \sin\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ , 则极点到该直线的距离是\_\_\_\_\_.
18.  $\frac{\sin 7^\circ + \cos 15^\circ \sin 8^\circ}{\cos 7^\circ - \sin 15^\circ \sin 8^\circ}$  的值为\_\_\_\_\_.
19. 已知  $m, l$  是直线,  $\alpha, \beta$  是平面, 给出下列命题:  
 ① 若  $l$  垂直于  $\alpha$  内的两条相交直线, 则  $l \perp \alpha$ ;  
 ② 若  $l$  平行于  $\alpha$ , 则  $l$  平行于  $\alpha$  内的所有直线;  
 ③ 若  $m \subset \alpha, l \subset \beta$ , 且  $l \perp m$ , 则  $\alpha \perp \beta$ ;  
 ④ 若  $l \subset \beta$ , 且  $l \perp \alpha$ , 则  $\alpha \perp \beta$ ;

⑤ 若  $m \subset \alpha, l \subset \beta$ , 且  $\alpha \parallel \beta$ , 则  $m \parallel l$ .  
 其中正确的命题的序号是\_\_\_\_\_. (注: 把你认为正确的命题的序号都填上)

20. 已知复数  $z = \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i, \omega = \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i$ . 复数  $z\omega, z^2\omega^3$  在复数平面上所对应的点分别为  $P, Q$ . 证明  $\triangle OPQ$  是等腰直角三角形 (其中  $O$  为原点).
21. 已知数列  $\{a_n\}, \{b_n\}$  都是由正数组成的等比数列, 公比分别为  $p, q$ , 其中  $p > q$ , 且  $p \neq 1, q \neq 1$ . 设  $c_n = a_n + b_n, S_n$  为数列  $\{c_n\}$  的前  $n$  项和. 求  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{S_n}{S_{n-1}}$ .
22. 甲、乙两地相距  $S$  千米, 汽车从甲地匀速行驶到乙地, 速度不得超过  $c$  千米/时. 已知汽车每小时的运输成本 (以元为单位) 由可变部分和固定部分组成: 可变部分与速度  $v$  (千米/时) 的平方成正比, 比例系数为  $b$ ; 固定部分为  $a$  元.  
 (1) 把全程运输成本  $y$  (元) 表示为速度  $v$  (千米/时) 的函数, 并指出这个函数的定义域;  
 (2) 为了使全程运输成本最小, 汽车应以多大速度行驶?
23. 如图, 在正方体  $ABCD - A_1B_1C_1D_1$  中,  $E, F$  分别是  $BB_1, CD$  的中点.  
 (1) 证明:  $AD \perp D_1F$ ;  
 (2) 求  $AE$  与  $D_1F$  所成的角;  
 (3) 证明: 面  $AED$  面  $A_1FD_1$ ;  
 (4) 设  $AA_1 = 2$ , 求三棱锥  $F - A_1ED_1$  的体积.



24. 设二次函数  $f(x) = ax^2 + bx + c$  ( $a > 0$ ), 方程  $f(x) - x = 0$  的两个根  $x_1, x_2$  满足  $0 < x_1 < x_2 < \frac{1}{a}$ .  
 (1) 当  $x \in (0, x_1)$  时, 证明  $x < f(x) < x_1$ ;  
 (2) 设函数  $f(x)$  的图象关于直线  $x = x_0$  对称, 证明  $x_0 < \frac{x_1}{2}$ .
25. 设圆满足: ① 截  $y$  轴所得弦长为 2; ② 被  $x$  轴分成两段圆弧, 其弧长的比为 3:1, 在满足条件①、②的所有圆中, 求圆心到直线  $l: x - 2y = 0$  的距离最小的圆的方程.