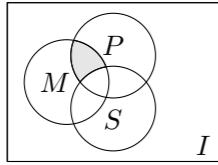


1999 普通高等学校招生考试 (全国卷理)

1. 如图, I 是全集, M, P, S 是 I 的 3 个子集, 则阴影部分所表示的集合是 ()



(A) $(M \cap P) \cap S$ (B) $(M \cap P) \cup S$ (C) $(M \cap P) \cap \bar{S}$ (D) $(M \cap P) \cup \bar{S}$

2. 已知映射 $f: A \rightarrow B$, 其中, 集合 $A = \{-3, -2, -1, 1, 2, 3, 4\}$, 集合 B 中的元素都是 A 中元素在映射 f 下的象, 且对任意的 $a \in A$, 在 B 中和它对应的元素是 $|a|$, 则集合 B 中元素的个数是 ()

(A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7

3. 若函数 $y = f(x)$ 的反函数是 $y = g(x)$, $f(a) = b$, $ab \neq 0$, 则 $g(b)$ 等于 ()

(A) a (B) a^{-1} (C) b (D) b^{-1}

4. 函数 $f(x) = M \sin(\omega x + \varphi)$ ($\omega > 0$) 在区间 $[a, b]$ 上是增函数, 且 $f(a) = -M$, $f(b) = M$, 则函数 $g(x) = M \cos(\omega x + \varphi)$ 在 $[a, b]$ 上 ()

(A) 是增函数 (B) 是减函数
(C) 可以取得最大值 M (D) 可以取得最小值 $-M$

5. 若 $f(x) \sin x$ 是周期为 π 的奇函数, 则 $f(x)$ 可以是 ()

(A) $\sin x$ (B) $\cos x$ (C) $\sin 2x$ (D) $\cos 2x$

6. 在极坐标系中, 曲线 $\rho = 4 \sin\left(\theta - \frac{\pi}{3}\right)$ 关于 ()

(A) 直线 $\theta = \frac{\pi}{3}$ 轴对称 (B) 直线 $\theta = \frac{5}{6}\pi$ 轴对称
(C) 点 $\left(2, \frac{\pi}{3}\right)$ 中心对称 (D) 极点中心对称

7. 将若干毫升水倒入底面半径为 2 cm 的圆柱形器皿中, 量得水面的高度为 6 cm, 若将这些水倒入轴截面是正三角形的倒圆锥形器皿中, 则水面的高度是 ()

(A) $6\sqrt{3}$ cm (B) 6 cm (C) $2\sqrt[3]{18}$ cm (D) $3\sqrt[3]{12}$ cm

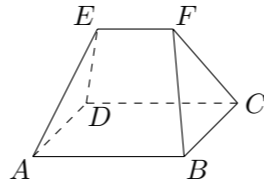
8. 若 $(2x + \sqrt{3})^4 = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + a_4x^4$, 则 $(a_0 + a_2 + a_4)^2 - (a_1 + a_3)^2$ 的值为 ()

(A) 1 (B) -1 (C) 0 (D) 2

9. 直线 $\sqrt{3}x + y - 2\sqrt{3} = 0$ 截圆 $x^2 + y^2 = 4$ 得的劣弧所对的圆心角为 ()

(A) $\frac{\pi}{6}$ (B) $\frac{\pi}{4}$ (C) $\frac{\pi}{3}$ (D) $\frac{\pi}{2}$

10. 如图, 在多面体 $ABCDEF$ 中, 已知面 $ABCD$ 是边长为 3 的正方形, $EF \parallel AB$, $EF = \frac{3}{2}$, EF 与面 AC 的距离为 2, 则该多面体的体积为 ()



(A) $\frac{9}{2}$ (B) 5 (C) 6 (D) $\frac{15}{2}$

11. 若 $\sin \alpha > \tan \alpha > \cot \alpha$ ($-\frac{\pi}{2} < \alpha < \frac{\pi}{2}$), 则 $\alpha \in$ ()

(A) $\left(-\frac{\pi}{2}, -\frac{\pi}{4}\right)$ (B) $\left(-\frac{\pi}{4}, 0\right)$ (C) $\left(0, \frac{\pi}{4}\right)$ (D) $\left(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}\right)$

12. 如果圆台的上底面半径为 5, 下底面半径为 R , 中截面把圆台分为上、下两个圆台, 它们的侧面积的比为 1:2, 那么 $R =$ ()

(A) 10 (B) 15 (C) 20 (D) 25

13. 已知两点 $M\left(1, \frac{5}{4}\right)$, $N\left(-4, -\frac{5}{4}\right)$, 给出下列曲线方程:

① $4x + 2y - 1 = 0$; ② $x^2 + y^2 = 3$; ③ $\frac{x^2}{2} + y^2 = 1$; ④ $\frac{x^2}{2} - y^2 = 1$.

在曲线上存在点 P 满足 $|MP| = |NP|$ 的所有曲线方程是 ()

(A) ①③ (B) ②④ (C) ①②③ (D) ②③④

14. 某电脑用户计划使用不超过 500 元的资金购买单价分别为 60 元、70 元的单片软件和盒装磁盘, 根据需要, 软件至少买 3 片, 磁盘至少买 2 盒, 则不同的选购方式共有 ()

(A) 5 种 (B) 6 种 (C) 7 种 (D) 8 种

15. 设椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的右焦点为 F_1 , 右准线为 l_1 , 若过 F_1 且垂直于 x 轴的弦长等于点 F_1 到 l_1 的距离, 则椭圆的离心率是_____.

16. 在一块并排 10 垄的田地中, 选择 2 垄分别种植 A, B 两种作物, 每种作物种植一垄, 为有利于作物生长, 要求 A, B 两种作物的间隔不小于 6 垄, 则不同的选垄方法共有_____种. (用数字作答)

17. 若正数 a, b 满足 $ab = a + b + 3$, 则 ab 的取值范围是_____.

18. α, β 是两个不同的平面, m, n 是平面 α 及 β 之外的两条不同直线, 给出四个论断: ① $m \perp n$; ② $\alpha \perp \beta$; ③ $n \perp \beta$; ④ $m \perp \alpha$.

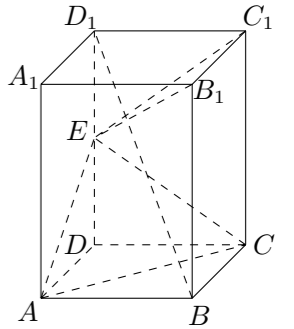
以其中三个论断作为条件, 余下一个论断作为结论, 写出你认为正确的一个命题: _____.

19. 解不等式: $\sqrt{3 \log_a x - 2} < 2 \log_a x - 1$ ($a > 0, a \neq 1$).

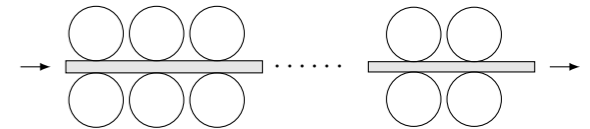
20. 设复数 $z = 3 \cos \theta + i \cdot 2 \sin \theta$, 求函数 $y = \theta - \arg z$ ($0 < \theta < \frac{\pi}{2}$) 的最大值以及对应的 θ 值.

21. 如图, 已知正四棱柱 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$, 点 E 在棱 D_1D 上, 截面 $EAC \parallel D_1B$, 且面 EAC 与底面 $ABCD$ 所成的角为 45° , $AB = a$.

- (1) 求截面 EAC 的面积;
- (2) 求异面直线 A_1B_1 与 AC 之间的距离;
- (3) 求三棱锥 $B_1 - EAC$ 的体积.



22. 如图为一台冷轧机的示意图. 冷轧机由若干对轧辊组成, 带钢从一端输入, 经过各对轧辊逐步减薄后输出.



(1) 输入带钢的厚度为 α , 输出带钢的厚度为 β , 若每对轧辊的减薄率不超过 r_0 . 问冷轧机至少需要安装多少对轧辊?

(一对轧辊减薄率 = $\frac{\text{输入该对的带钢厚度} - \text{从该对输出的带钢厚度}}{\text{输入该对的带钢厚度}}$)

(2) 已知一台冷轧机共有 4 对减薄率为 20% 的轧辊, 所有轧辊周长均为 1600. 若第 k 对轧辊有缺陷, 每滚动一周在带钢上压出一个疵点, 在冷轧机输出的带钢上, 疵点的间距为 L_k . 为了便于检修, 请计算 L_1, L_2, L_3 并填入下表 (轧钢过程中, 带钢宽度不变, 且不考虑损耗).

轧辊序号	1	2	3	4
疵点间距 L_k/mm				1600

23. 已知函数 $y = f(x)$ 的图象是自原点出发的一条折线, 当 $n \leq y \leq n+1$ ($n = 0, 1, 2, \dots$) 时, 该图象是斜率为 b^n 的线段 (其中正常数 $b \neq 1$), 设数列 $\{x_n\}$ 由 $f(x_n) = n$ ($n = 1, 2, \dots$) 定义.

- (1) 求 x_1, x_2 和 x_n 的表达式;
- (2) 求 $f(x)$ 的表达式, 并写出其定义域;
- (3) 证明: $y = f(x)$ 的图象与 $y = x$ 的图象没有横坐标大于 1 的交点.

24. 如图, 给出定点 $A(a, 0)$ ($a > 0$) 和直线 $l: x = -1$. B 是直线 l 上的动点, $\angle BOA$ 的角平分线交 AB 于点 C . 求点 C 的轨迹方程, 并讨论方程表示的曲线类型与 a 值的关系.

