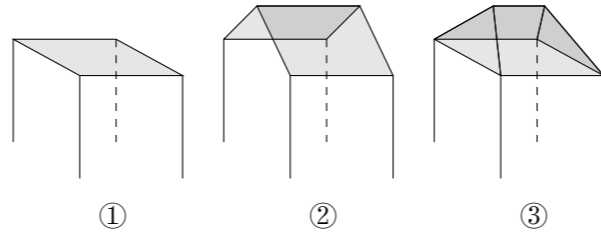


2001 普通高等学校招生考试 (全国卷文)

一、选择题

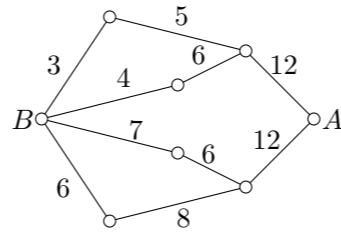
1. $\tan 300^\circ + \cot 405^\circ$ 的值为 ()
 (A) $1 + \sqrt{3}$ (B) $1 - \sqrt{3}$ (C) $-1 - \sqrt{3}$ (D) $-1 + \sqrt{3}$
2. 过点 $A(1, -1)$, $B(-1, 1)$ 且圆心在直线 $x + y - 2 = 0$ 上的圆的方程是 ()
 (A) $(x - 3)^2 + (y + 1)^2 = 4$ (B) $(x + 3)^2 + (y - 1)^2 = 4$
 (C) $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 4$ (D) $(x + 1)^2 + (y + 1)^2 = 4$
3. 若一个圆锥的轴截面是等边三角形, 其面积为 $\sqrt{3}$, 则这个圆锥的全面积是 ()
 (A) 3π (B) $3\sqrt{3}\pi$ (C) 6π (D) 9π
4. 若定义在区间 $(-1, 0)$ 内的函数 $f(x) = \log_{2a}(x + 1)$ 满足 $f(x) > 0$, 则 a 的取值范围是 ()
 (A) $(0, \frac{1}{2})$ (B) $(0, \frac{1}{2}]$ (C) $(\frac{1}{2}, +\infty)$ (D) $(0, +\infty)$
5. 已知复数 $z = \sqrt{2} + \sqrt{6}i$, 则 $\arg \frac{1}{z}$ 是 ()
 (A) $\frac{\pi}{3}$ (B) $\frac{5\pi}{3}$ (C) $\frac{\pi}{6}$ (D) $\frac{11\pi}{6}$
6. 函数 $y = 2^{-x} + 1 (x > 0)$ 的反函数是 ()
 (A) $y = \log_2 \frac{1}{x-1}, x \in (1, 2)$ (B) $y = -\log_2 \frac{1}{x-1}, x \in (1, 2)$
 (C) $y = \log_2 \frac{1}{x-1}, x \in (1, 2]$ (D) $y = -\log_2 \frac{1}{x-1}, x \in (1, 2]$
7. 若椭圆经过原点, 且焦点为 $F_1(1, 0)$, $F_2(3, 0)$, 则其离心率为 ()
 (A) $\frac{3}{4}$ (B) $\frac{2}{3}$ (C) $\frac{1}{2}$ (D) $\frac{1}{4}$
8. 若 $0 < \alpha < \beta < \frac{\pi}{4}$, $\sin \alpha + \cos \alpha = a$, $\sin \beta + \cos \beta = b$, 则 ()
 (A) $a > b$ (B) $a < b$ (C) $ab < 1$ (D) $ab > 2$
9. 在正三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中, 若 $AB = \sqrt{2}BB_1$, 则 AB_1 与 C_1B 所成的角的大小为 ()
 (A) 60° (B) 90° (C) 45° (D) 120°
10. 设 $f(x)$, $g(x)$ 都是单调函数, 有如下四个命题中, 正确的命题是 ()
 ① 若 $f(x)$ 单调递增, $g(x)$ 单调递增, 则 $f(x) - g(x)$ 单调递增;
 ② 若 $f(x)$ 单调递增, $g(x)$ 单调递减, 则 $f(x) - g(x)$ 单调递增;
 ③ 若 $f(x)$ 单调递减, $g(x)$ 单调递增, 则 $f(x) - g(x)$ 单调递减;
 ④ 若 $f(x)$ 单调递减, $g(x)$ 单调递减, 则 $f(x) - g(x)$ 单调递减.
 (A) ①③ (B) ①④ (C) ②③ (D) ②④

11. 一间民房的屋顶有如图三种不同的盖法: ① 单向倾斜; ② 双向倾斜; ③ 四向倾斜. 记三种盖法屋顶面积分别为 P_1, P_2, P_3 . 若屋顶斜面与水平面所成的角都是 α , 则 ()



- (A) $P_3 > P_2 > P_1$ (B) $P_3 > P_2 = P_1$ (C) $P_3 = P_2 > P_1$ (D) $P_3 = P_2 = P_1$

12. 如图, 小圆圈表示网络的结点, 结点之间的连线表示它们有网线相联. 连线标注的数字表示该段网线单位时间内可以通过的最大信息量. 现从结点 A 向结点 B 传递信息, 信息可以分开沿不同的路线同时传递. 则单位时间内传递的最大信息量为 ()



- (A) 26 (B) 24 (C) 20 (D) 19

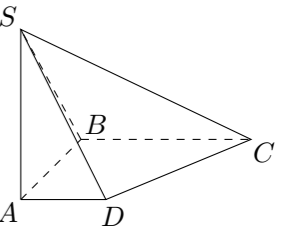
二、填空题

13. $(\frac{1}{2}x + 1)^{10}$ 的二项展开式中 x^3 的系数为_____.
14. 双曲线 $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$ 的两个焦点为 F_1, F_2 , 点 P 在双曲线上, 若 $PF_1 \perp PF_2$, 则点 P 到 x 轴的距离为_____.
15. 设 $\{a_n\}$ 是公比为 q 的等比数列, S_n 是它的前 n 项和. 若 $\{S_n\}$ 是等差数列, 则 $q =$ _____.
16. 圆周上有 $2n$ 个等分点 ($n > 1$), 以其中三个点为顶点的直角三角形的个数为_____.

三、解答题

17. 已知等差数列前三项为 $a, 4, 3a$, 前 n 项的和为 S_n , $S_k = 2550$.
 (1) 求 a 及 k 的值;
 (2) 求 $\lim_{n \rightarrow \infty} (\frac{1}{S_1} + \frac{1}{S_2} + \dots + \frac{1}{S_n})$.

18. 如图, 在底面是直角梯形的四棱锥 $S - ABCD$ 中, $\angle ABC = 90^\circ$, $SA \perp$ 面 $ABCD$, $SA = AB = BC = 1$, $AD = \frac{1}{2}$.
 (1) 求四棱锥 $S - ABCD$ 的体积;
 (2) 求面 SCD 与面 SBA 所成的二面角的正切值.



19. 已知圆内接四边形 $ABCD$ 的边长分别为 $AB = 2$, $BC = 6$, $CD = DA = 4$, 求四边形 $ABCD$ 的面积.

20. 设抛物线 $y^2 = 2px$ ($p > 0$) 的焦点为 F , 经过点 F 的直线交抛物线于 A, B 两点. 点 C 在抛物线的准线上, 且 $BC \parallel x$ 轴. 证明直线 AC 经过原点 O .
21. 设计一幅宣传画, 要求画面面积为 4840 cm^2 , 画面的宽与高的比为 λ ($\lambda < 1$), 画面的上、下各留 8 cm 空白, 左、右各留 5 cm 空白. 怎样确定画面的高与宽尺寸, 能使宣传画所用纸张面积最小?
22. 设 $f(x)$ 是定义在 \mathbf{R} 上的偶函数, 其图象关于直线 $x = 1$ 对称, 对任意 $x_1, x_2 \in \left[0, \frac{1}{2}\right]$, 都有 $f(x_1 + x_2) = f(x_1) \cdot f(x_2)$.
- (1) 求 $f\left(\frac{1}{2}\right), f\left(\frac{1}{4}\right)$;
- (2) 证明: $f(x)$ 是周期函数.