

## 2002 普通高等学校招生考试 (上海卷文)

### 一、填空题

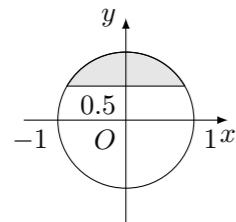
- 若  $z \in \mathbf{C}$ ,  $(3+z)i = 1$  ( $i$  为虚数单位), 则  $z =$ \_\_\_\_\_.
- 已知向量  $\vec{a}$  和  $\vec{b}$  的夹角为  $120^\circ$ , 且  $|\vec{a}| = 2$ ,  $|\vec{b}| = 5$ , 则  $(2\vec{a} - \vec{b}) \cdot \vec{a} =$ \_\_\_\_\_.
- 方程  $\log_3(1 - 2 \times 3^x) = 2x + 1$  的解  $x =$ \_\_\_\_\_.
- 若正四棱锥的底面边长为  $2\sqrt{3}$  cm, 体积为  $4 \text{ cm}^3$ , 则它的侧面与底面所成的二面角的大小是\_\_\_\_\_.
- 在二项式  $(1+3x)^n$  和  $(2x+5)^n$  的展开式中, 各项系数之和分别记为  $a_n$ 、 $b_n$ ,  $n$  是正整数, 则  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n - 2b_n}{3a_n - 4b_n} =$ \_\_\_\_\_.
- 已知圆  $x^2 + (y-1)^2 = 1$  和圆外一点  $P(-2, 0)$ , 过点  $P$  作圆的切线, 则两条切线夹角的正切值是\_\_\_\_\_.
- 在某次花样滑冰比赛中, 发生裁判受贿事件, 竞赛委员会决定将裁判由原来的 9 名增至 14 名, 但只任取其中 7 名裁判的评分作为有效分, 若 14 名裁判中有 2 人受贿, 则有效分中没有受贿裁判的评分的概率是\_\_\_\_\_. (结果用数值表示)
- 抛物线  $(y-1)^2 = 4(x-1)$  的焦点坐标是\_\_\_\_\_.
- 某工程由下列工序组成, 则工程总时数为\_\_\_\_\_天.

工序	$a$	$b$	$c$	$d$	$e$	$f$
紧前工序	-	-	$a, b$	$c$	$c$	$d, e$
工时数 (天)	2	3	2	5	4	1

- 设函数  $f(x) = \sin 2x$ , 若  $f(x+t)$  是偶函数, 则  $t$  的一个可能值是\_\_\_\_\_.
- 若数列  $\{a_n\}$  中,  $a_1 = 3$ , 且  $a_{n+1} = a_n^2$  ( $n$  是正整数), 则数列的通项  $a_n =$ \_\_\_\_\_.
- 已知函数  $y = f(x)$  (定义域为  $D$ , 值域为  $A$ ) 有反函数  $y = f^{-1}(x)$ , 则方程  $f(x) = 0$  有解  $x = a$ , 且  $f(x) > x$  ( $x \in D$ ) 的充要条件是  $y = f^{-1}(x)$  满足\_\_\_\_\_.

### 二、选择题

13. 如图, 与复平面中的阴影部分 (含边界) 对应的复数集合是 ( )

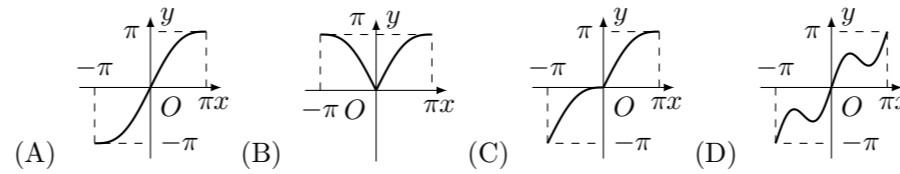


- (A)  $\left\{z \mid |z| = 1, \operatorname{Re} z \geq \frac{1}{2}, z \in \mathbf{C}\right\}$  (B)  $\left\{z \mid |z| \leq 1, \operatorname{Re} z \geq \frac{1}{2}, z \in \mathbf{C}\right\}$   
 (C)  $\left\{z \mid |z| = 1, \operatorname{Im} z \geq \frac{1}{2}, z \in \mathbf{C}\right\}$  (D)  $\left\{z \mid |z| \leq 1, \operatorname{Im} z \geq \frac{1}{2}, z \in \mathbf{C}\right\}$

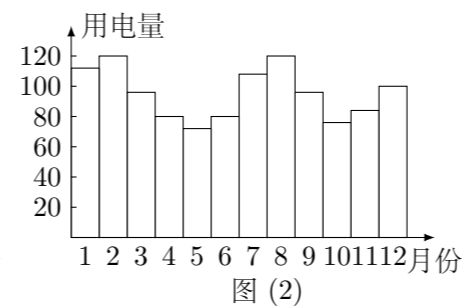
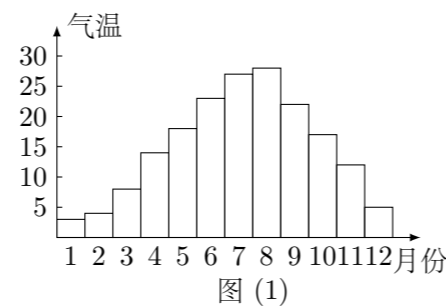
14. 已知直线  $l, m$ , 平面  $\alpha, \beta$ , 且  $l \perp \alpha, m \subset \beta$ , 给出下列四个命题.  
 ① 若  $\alpha \parallel \beta, l \perp m$ ; ②  $l \perp m, \alpha \parallel \beta$ ; ③ 若  $\alpha \perp \beta$ , 则  $l \parallel m$ ; ④ 若  $l \parallel m, \alpha \perp \beta$ .  
 其中正确命题的个数是 ( )

- (A) 1 个 (B) 2 个 (C) 3 个 (D) 4 个

15. 函数  $y = x + \sin |x|, x \in [-\pi, \pi]$  的大致图象是 ( )



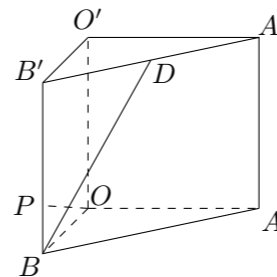
16. 一般地, 家庭用电量 (千瓦时) 与气温 ( $^\circ\text{C}$ ) 有一定的关系. 图 (1) 表示某年 12 个月中每月的平均气温, 图 (2) 表示某家庭在这年 12 个月中每月的用电量, 根据这些信息, 以下关于该家庭用电量与气温间关系的叙述中, 正确的是 ( )



- (A) 气温最高时, 用电量最多  
 (B) 气温最低时, 用电量最少  
 (C) 当气温大于某一值时, 用电量随气温增高而增加  
 (D) 当气温小于某一值时, 用电量随气温降低而增加

### 三、解答题

17. 如图, 在直三棱柱  $ABO - A'B'O'$  中,  $OO' = 4, OA = 4, OB = 3, \angle AOB = 90^\circ$ ,  $D$  是线段  $A'B'$  的中点,  $P$  是侧棱  $BB'$  上的一点, 若  $OP \perp BD$ , 求  $OP$  与底面  $AOB$  所成角的大小. (结果用反三角函数值表示)



18. 已知点  $A(-\sqrt{3}, 0)$  和  $B(\sqrt{3}, 0)$ , 动点  $C$  到  $A, B$  两点的距离之差的绝对值为 2, 点  $C$  的轨迹与直线  $y = x - 2$  交于  $D, E$  两点, 求线段  $DE$  的长.

19. 已知函数  $f(x) = x^2 + 2ax + 2, x \in [-5, 5]$ .  
 (1) 当  $a = -1$  时, 求函数  $f(x)$  的最大值与最小值.  
 (2) 求实数  $a$  的取值范围, 使  $y = f(x)$  在区间  $[-5, 5]$  上是单调函数.

20. 某商场在促销期间规定: 商场内所有商品按标价的 80% 出售, 同时, 当顾客在该商场内消费满一定金额后, 按如下方案获得相应金额的奖券:

消费金额的范围	[200, 400)	[400, 500)	[500, 700)	[700, 900)	...
获得奖券的金额	30	60	100	130	...

根据上述促销方法, 顾客在该商场购物可以获得双重优惠, 例如, 购买标价为 400 元的商品, 则消费金额为 320 元, 获得的优惠额为:  $400 \times 0.2 + 30 = 110$  (元), 设购买商品得到的优惠率 =  $\frac{\text{购买商品获得的优惠额}}{\text{商品的标价}}$ . 试问:

- 若购买一件标价为 1000 元的商品, 顾客得到的优惠率是多少?
- 对于标价在 [500, 800] (元) 内的商品, 顾客购买标价为多少元的商品, 可得到不小于  $\frac{1}{3}$  的优惠率?

21. 已知函数  $f(x) = a \times b^x$  的图象过点  $A\left(4, \frac{1}{4}\right)$  和  $B(5, 1)$ .

- 求函数  $f(x)$  的解析式;
- 记  $a_n = \log_2 f(n)$ ,  $n$  是正整数,  $S_n$  是数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和, 解关于  $n$  的不等式  $a_n S_n \leq 0$ ;
- 对于 (2) 中的  $a_n$  与  $S_n$ , 整数 96 是否为数列  $\{a_n S_n\}$  中的项? 若是, 则求出相应的项数; 若不是, 则说明理由.

22. 规定  $C_x^m = \frac{x(x-1)\cdots(x-m+1)}{m!}$ , 其中  $x \in \mathbf{R}$ ,  $m$  是正整数, 且  $C_x^0 = 1$ , 这是组合数  $C_n^m$  ( $n, m$  是正整数, 且  $m \leq n$ ) 的一种推广.

- 求  $C_{-15}^3$  的值.
- 设  $x > 0$ , 当  $x$  为何值时,  $\frac{C_x^3}{(C_x^1)^2}$  取得最小值?
- 组合数的两个性质: ①  $C_n^m = C_n^{n-m}$ ; ②  $C_n^m + C_n^{m-1} = C_{n+1}^m$  是否都能推广到  $C_x^m$  ( $x \in \mathbf{R}$ ,  $m$  是正整数) 的情形? 若能推广, 则写出推广的形式并给出证明; 若不能, 则说明理由.